AlterMundus

Alain Matthes

Collection AlterMundus

tkz-plot2d.sty

tkz-plot2d.sty v1.2a 18 février 2007

AlterMundus

Alain Matthes

tkz-plot2d.sty v1.2a

tkz-plot2d.sty *est un package pour créer à l'aide de Tikz des graphiques de fonctions en 2D le plus simplement possible. Il est dépendant de Tikz et fera partie d'une série de modules ayant comme point commun, la création de dessins utiles dans l'enseignement des mathématiques. La lecture de cette documentation va, je l'espère vous permettre d'apprécier la simplicité d'utilisation de tikz et vous permettre de commencer à le pratiquer. Il est possible de compiler avec pdflatex ainsi qu'avec latex, mais dans ce dernier cas, il est nécessaire de passer de PS à PDF, en utilisant ps2pdf14 pour des problèmes de transparence. [documentation 17/02/07 v 1.2]*

☞ Les zones de texte en orange sont des liens directs vers mon site `http://www.altermundus.fr`. Les liens en rouge concernent les débuts de chapitre, ceux en vert les exemples.

☞ Je remercie **Till Tantau** pour nous permettre d'utiliser tikz/pgf.

☞ Je remercie **Michel Bovani** pour nous permettre d'utiliser fourier et utopia avec LaTeX.

☞ je remercie également **Jean-Côme Charpentier**, **Josselin Noirel** pour les différentes idées qui m'ont permis de faire ce package.

☞

Attention à ne pas mettre d'espace entre les arguments. Cette version se stabilise mais il reste encore un peu de travail à faire dessus.

Sommaire

Liste de toutes les macros par ordre d'apparition :

I . Installation.

Le plus simple est de créer un dossier prof avec comme chemin : texmf/tex/latex/prof . texmf est en général le dossier personnel, voici les chemins de ce dossier sur mes deux ordinateurs :

- sous OS X **/Users/ego/Library/texmf** ;
- sous Ubuntu **/home/ego/texmf** .

Je suppose que si vous mettez vos fichiers .sty ailleurs, vous savez pourquoi !. L'installation que je propose, n'est valable que pour un utilisateur.

1/ Placez tkz-plot2d.sty et tkz-base.sty dans le dossier prof .

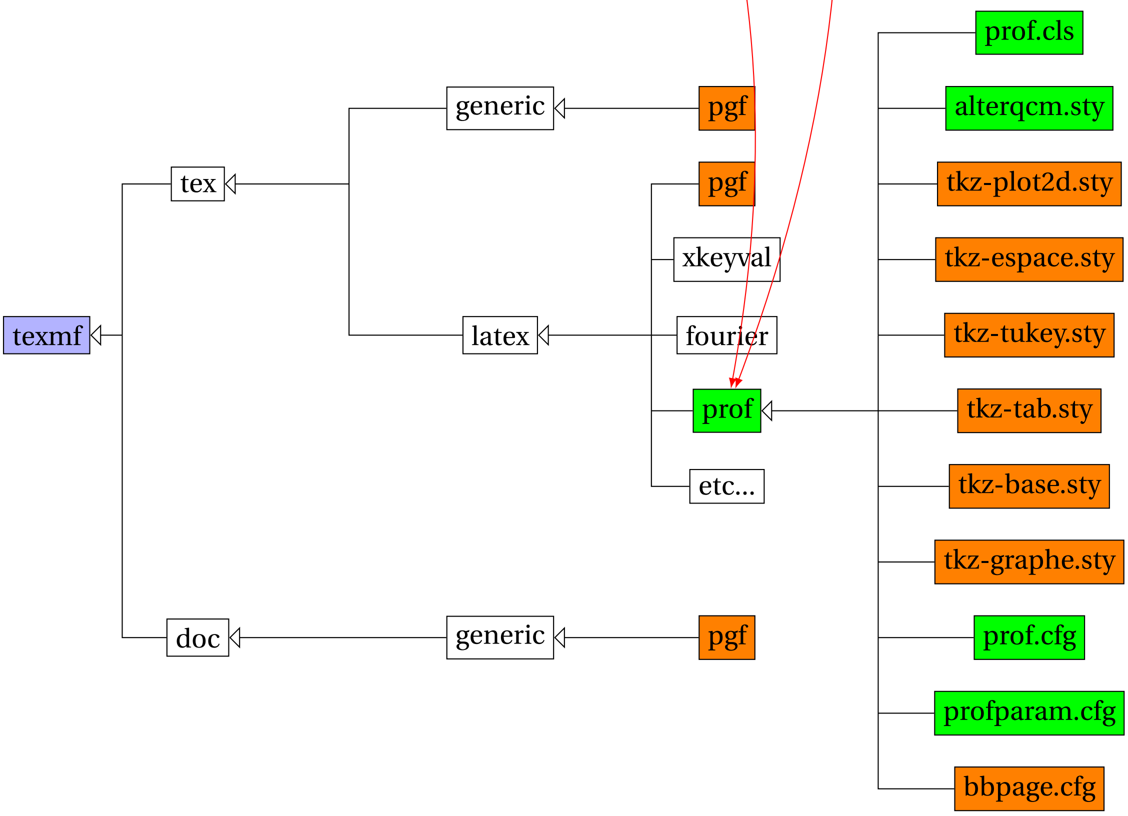
2/ Ouvrir un terminal, puis faire `sudo texhash`

3/ Vérifier que xkeyval, ifthen, fp et tikz 1.10 sont installés car ils sont obligatoires, pour le bon fonctionnement de tkz-plot2d. GNUPLOT doit être présent et accessible. De plus, il sera nécessaire de compiler sous latex et pdftex avec l'option `-shell-escape`

⚠ Pour le bon fonctionnement de ce package, il faut que vous ayez la version 1.3 de pgfutil-common.tex que l'on trouve ici : texmf/tex/generic/pgf/utilities/pgfutil-common.tex . Si une mise à jour est nécessaire, la bonne version se trouve là :

http://pgf.cvs.sourceforge.net/pgf/pgf/generic/pgf/utilities/

Mon dossier texmf est structuré ainsi :

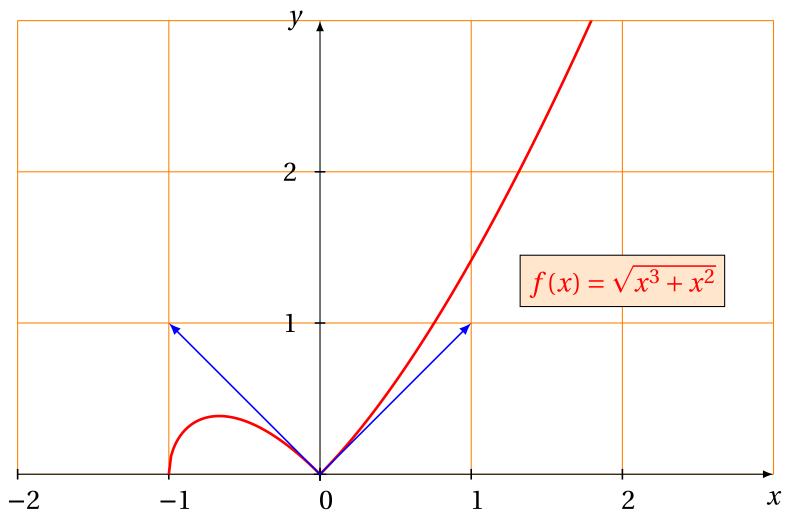


II . Exemple d'une représentation graphique

Vous trouverez avec cette documentation un dossier test. Dans ce dossier, il y a un fichier : `test_article_latin1.tex` qui permet de tester la mise en place de `tkz-plot2d.sty` avec un fichier `.tex` classique, cela signifie une utilisation de la classe `article.cls` et du codage « `latin1` ».
Un second fichier `test_prof_utf8.tex` et en `utf8` permet de tester cette fois l'installation avec ma classe `prof.cls` et le codage `utf8`.
Voyons le code du premier, tout d'abord le préambule :

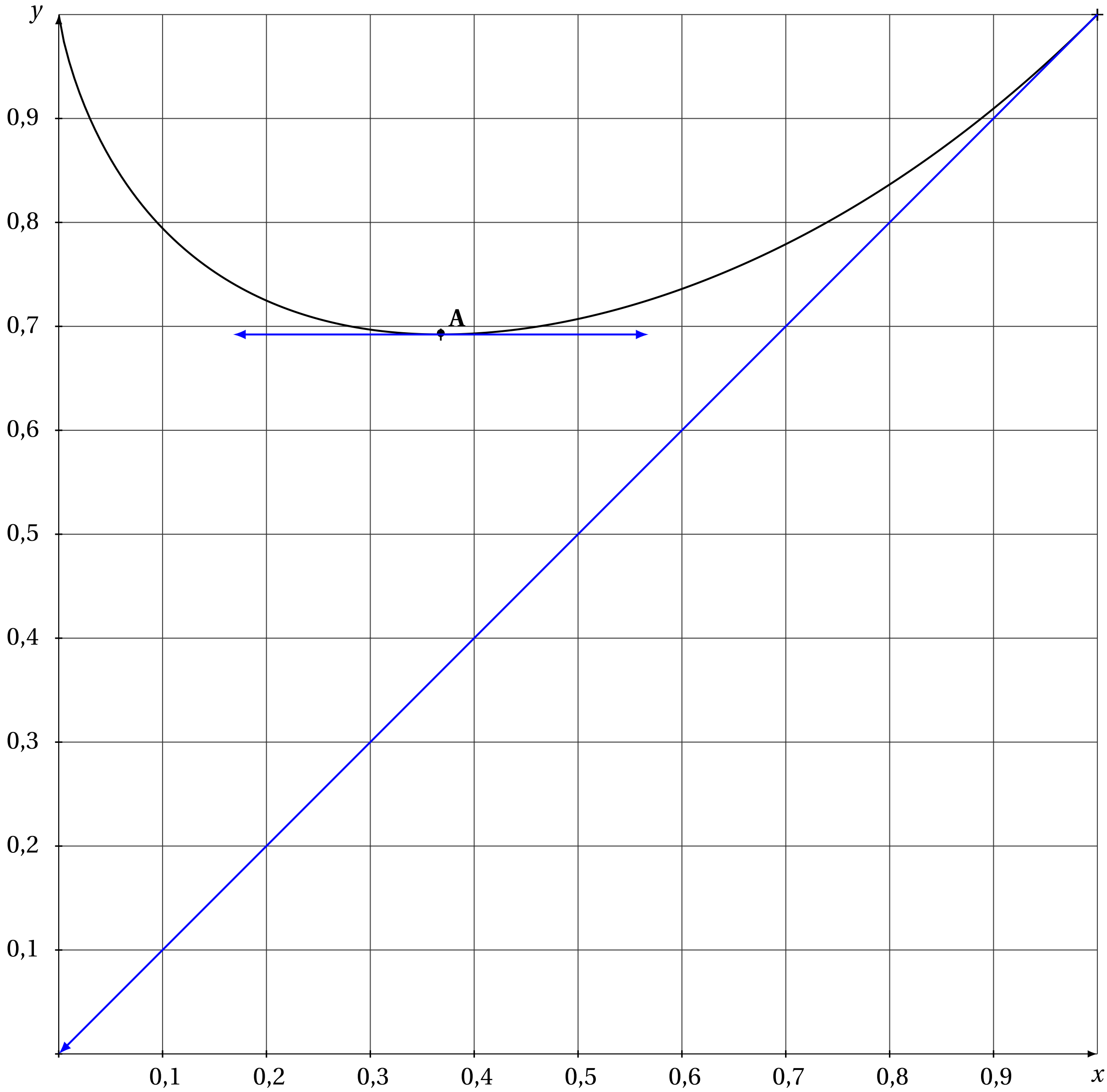
```
\documentclass{article}
\usepackage[usenames,dvipsnames,pdftex]{xcolor}
% pas de pdftex si dvi + ps
\usepackage{tikz,tkz-plot2d}
\usetikzlibrary{arrows}%
\RequirePackage[np,autolanguage]{numprint}
```

Exemple n° 1 $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2}$



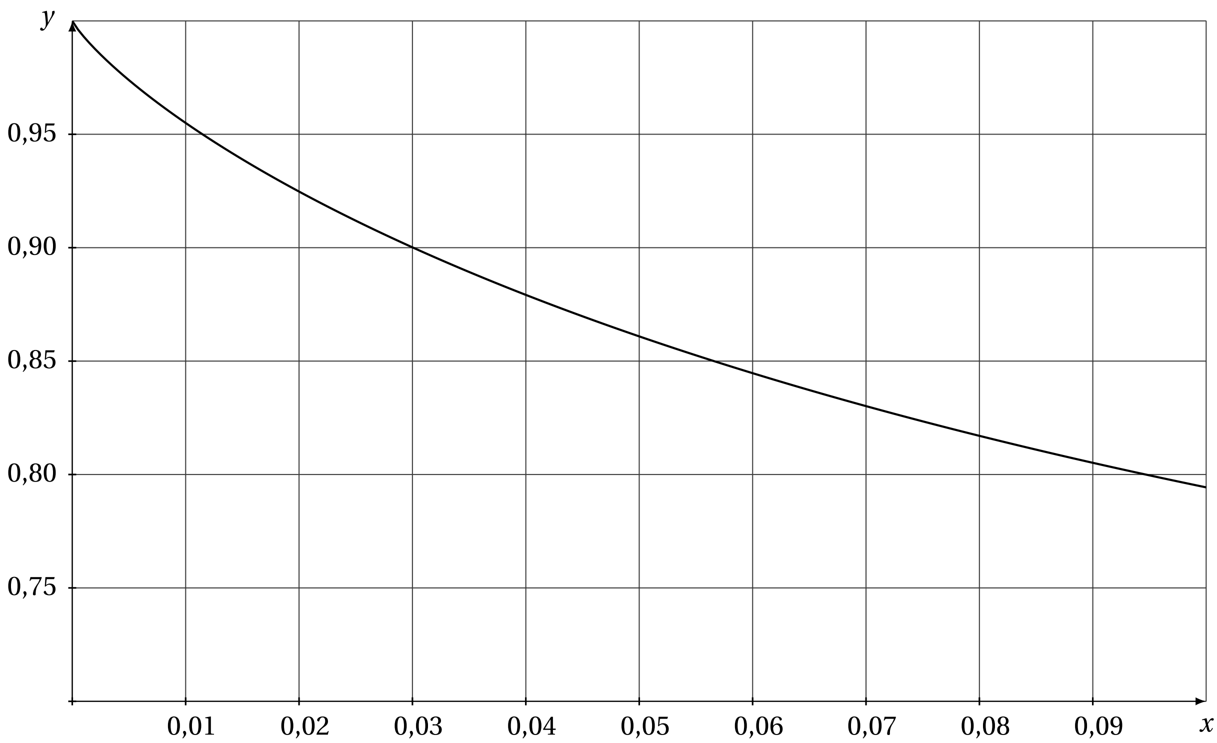

```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
    \tkzinit[xmin=-2,xmax=3,ymax=3]
    \tkzgrid[color=orange](-2,0)(3,3)
    \tkzx[orig]
    \tkzy
    \tkzfct[label    = false,%
            samples  = 200,%
            lw       = 1pt,
            color    = red](-1..2)%
            {(x*x*x+x*x)**(0.5)}
    \tkztg{\tkzfcta}(0)
    \tkztxt[style    = {draw},%
            color    = red,%
            bkgcolor = orange!20](2,1)%
           {$f(x)=\sqrt{x^3+x^2}$}
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 2 $f(x) = x^x$




```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
  \tkzinit[xmax=1,xstep=0.1,ymax=1,ystep=0.1]
  \tkzgrid
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzfct[lw=0.8pt](0.00001..1){\x**\x}
  \tkzfctpt[type=$\bullet$](1/(exp(1)),\tkzfcta){A}
  \tkztg[color=blue,lw=.8pt,kr=0.2,kl=0.2]{\tkzfcta}({1/(exp(1))})
  \tkztg[color=blue,lw=.8pt,kr=0,kl=1]{\tkzfcta}(1)
  \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 3 zoom sur $f(x) = x^x$




```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
  \tkzinit[xmax=.1,xstep=0.01,ymin=.7,ymax=1,ystep=0.05]
  \tkzgrid[](0,.7)(0.1,1)
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzfct[lw=0.8pt](0.00001..0.1){\x**\x}
 \end{tikzpicture}
```

III . Initialisation \tkzinit

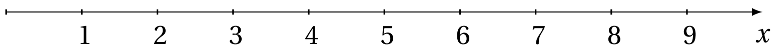
macro n° 1 Setup environnement avec \tkzinit

Syntaxe de \tkzinit
\tkzinit[options]
Cette macro permet de définir votre environnement de travail comme avec une calculatrice. Elle appartient en réalité au package \tkz-base.sty. Voici le tableau des valeurs des options par défaut :

options	défaut	définition
xmin	0	valeur minimum des abscisses
xmax	10	valeur maximum des abscisses
xstep	1	différence entre deux graduations en x
ymin	0	valeur minimum des ordonnées
ymax	10	valeur maximum des ordonnées
ystep	1	différence entre deux graduations en y

Pour visualiser exactement le rôle de ces options, voici deux macros essentielles \tkzx et \tkzy. Elles permetttent de visualiser les axes de coordonnées Par défaut, on obtient ceci. la première graduation est absente.

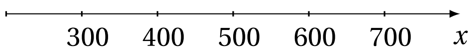
Exemple n° 4 Tout par défaut




```
\begin{tikzpicture}
 \tkzinit
 \tkzx
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 5 Modification des options

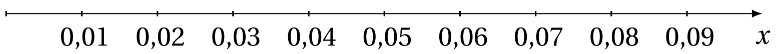
Attention, une graduation est représentée par 1 cm. Dans l'exemple ci-dessous xstep = 100 correspond à 1cm, donc entre 200 et 800, il nous faudra 6 cm.




```
  \begin{tikzpicture}
     \tkzinit[xmin = 200,xmax = 800,xstep = 100]
     \tkzx
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 6 Manipulation des nombres décimaux

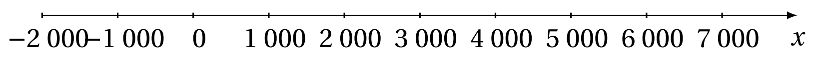
La manipulation des nombres décimaux est relativement simple. Si xstep est un nombre décimal, alors écrivez xmin et xmax avec le même nombre de décimales.




```
  \begin{tikzpicture}
     \tkzinit[xmin=0.00,xmax=0.10,xstep=0.01]
     \tkzx
  \end{tikzpicture}
```

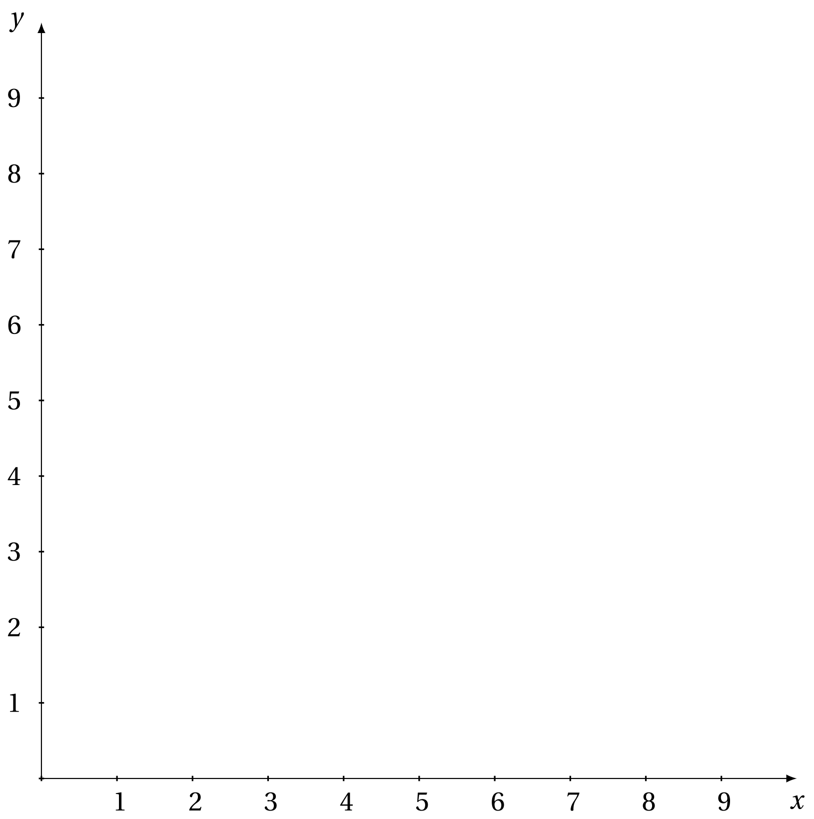
Exemple n° 7 Cas extrême orig

L'origine est obtenue en ajoutant l'option orig



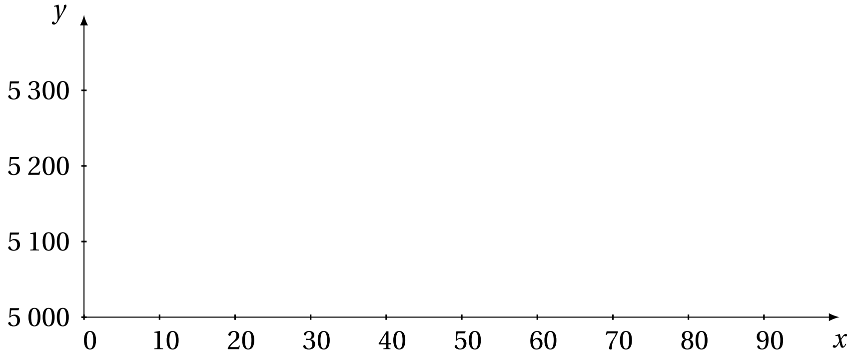

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmin=-2000,xmax=8000,xstep=1000]
   \tkzx[orig]
\end{tikzpicture}
```

Les deux axes :



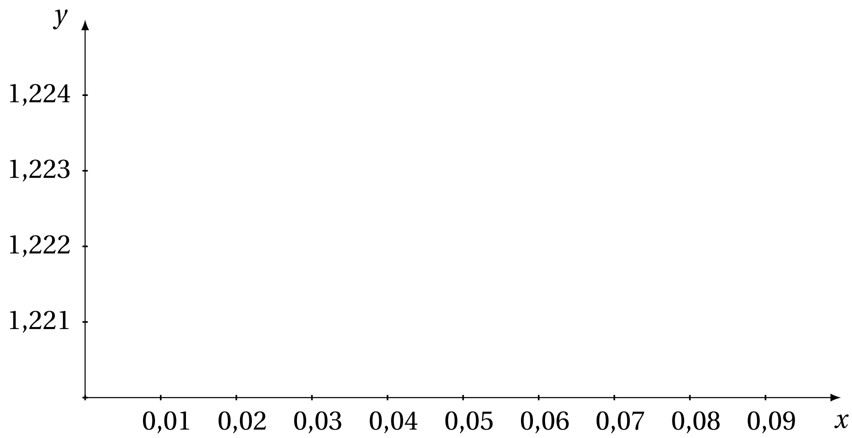

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit
   \tkzx
   \tkzy
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 8 Personnalisation de l'axe des abscisses et de celui des ordonnées.



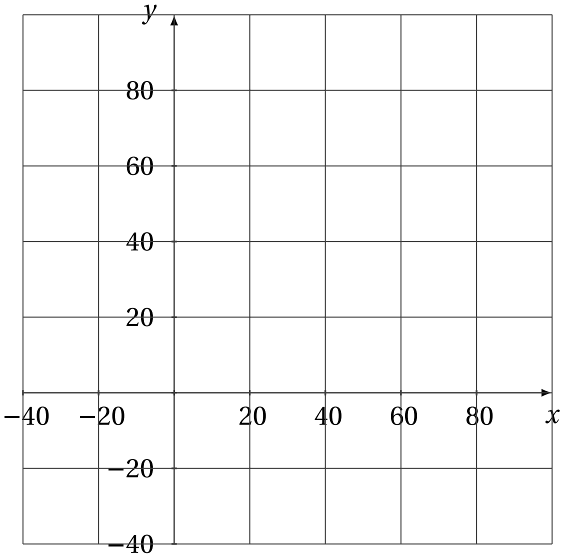

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax = 100,             xstep = 10,%
            ymin = 5000,ymax = 5400,ystep = 100]
   \tkzx[orig]
   \tkzy[orig]
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 9 Utilisation des décimaux




```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmin = 0.00, xmax  = 0.10, xstep = 0.01,%
            ymin = 1.220,ymax = 1.225,ystep = 0.001]
   \tkzx
   \tkzy
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 10 Valeurs négatives et grille par défaut.




```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmin = -40,xmax = 100,xstep = 20,%
            ymin = -40,ymax = 100,ystep = 20]
   \tkzx
   \tkzy
   \tkzgrid
\end{tikzpicture}
```

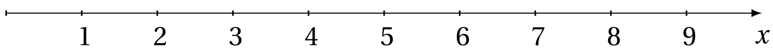
IV . Utilisation de \tkzx, \tkzy et \tkzgrid

macro n° 2 Axe des abscisses

Syntaxe : `\tkzx [liste des options]`

options	défaut	définition
lw	0.4pt	line width définit la largeur du trait
color	black	couleur de l'axe
orig	false	booléen, sa présence impose la présence de l'origine
noticks	false	pas de graduations
unit	false	montre la longueur unité avec un vecteur
pos	below = 3pt	position des ticks (graduations)
label	\$x\$	nom attribué au label
poslabel	3pt	écart vertical à l'axe (peut être négatif)

Exemple n° 11 Tout par défaut



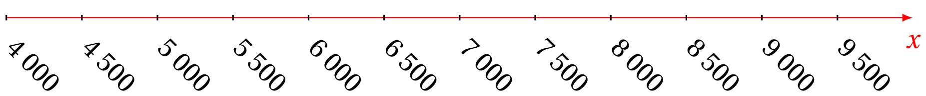

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit
   \tkzx[]
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 12 options `lw` et `label`


```
\begin{tikzpicture}
\tkzinit
\tkzx[noticks, lw     = 2pt, label   = $t$]
\end{tikzpicture}
```

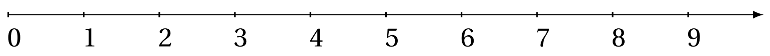
Exemple n° 13 options `pos` et `label`

Orientation et positionnement des labels. L'option pos nécessite quelques connaissances sur `tikz`.



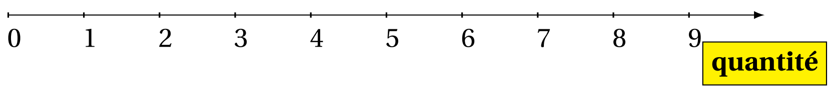

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmin=4000,xmax=10000,xstep=500]
   \tkzx[orig,color=red,pos={below right=1pt,rotate=-45}]
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 14 options Pas de label



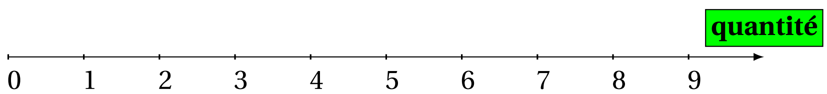

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit
   \tkzx[orig,label={}]
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 15 Personnalisation d'un label 1 `poslabel`



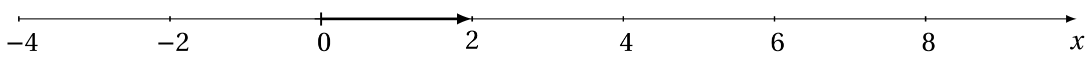

```
\begin{tikzpicture}
\tikzstyle{labelxstyle}=[draw,fill=yellow]
\tkzinit
\tkzx[orig,label={\textbf{quantité}},poslabel=10pt]
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 16 Personnalisation d'un label 2 `poslabel`



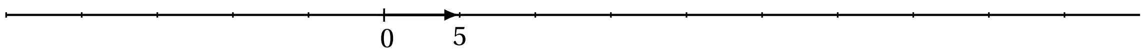

```
\begin{tikzpicture}
  \tikzstyle{labelxstyle}=[draw,fill=green,inner sep = 2pt]
  \tkzinit
  \tkzx[orig,label={\textbf{quantité}},poslabel=-18pt]
  \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 17 Option `unit`




```
\begin{tikzpicture}[xscale=2]
   \tkzinit[xmin=-4,xmax=10,xstep=2]
   \tkzx[unit]
\end{tikzpicture}
```

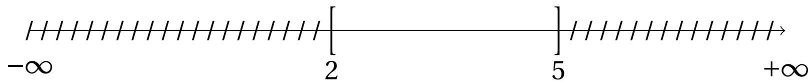
Exemple n° 18 Option unit et nograd




```
\begin{tikzpicture}
   \tikzstyle{axexstyle}=[-,line width=.8pt]
   \tkzinit[xmin=-25,xmax=50,xstep=5]
   \tkzx[unit,nograd,label={}]
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 19 Intervalle hachuré pas encore implémanté

mais voici une solution en tikz




```
\begin{tikzpicture}
\draw[->] (0,0) - (10,0) ;
\node[] at (7,0)  {$\Big]$} ;
\node[] at (4,0)  {$\Big[$} ;
\node[below=8pt] at (7,0)  {$5$} ;
\node[below=8pt] at (0,0)  {$-\infty$} ;
\node[below=8pt] at (10,0)  {$+\infty$} ;
\node[below=8pt] at (4,0)  {$2$} ;
\foreach \pos in {0,0.2,...,3.8}
    {\node[] at (\pos,0)  {/} ;}
\foreach \pos in {7.2,7.4,...,9.8}
    {\node[] at (\pos,0)  {/} ;}
\end{tikzpicture}
```

macro n° 3 Axe des ordonnées

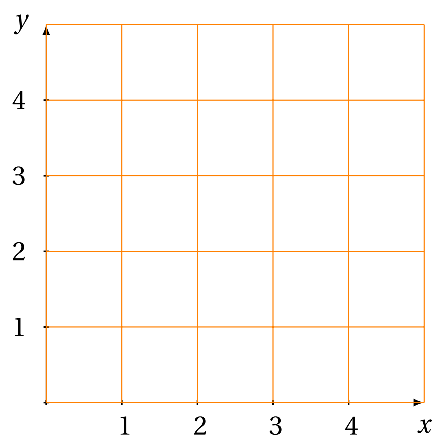
Syntaxe : `\tkzy [liste des options]`
Voir les options de `\tkzx`.

macro n° 4 Les grilles

Syntaxe : `\tkzgrid [liste des options]`

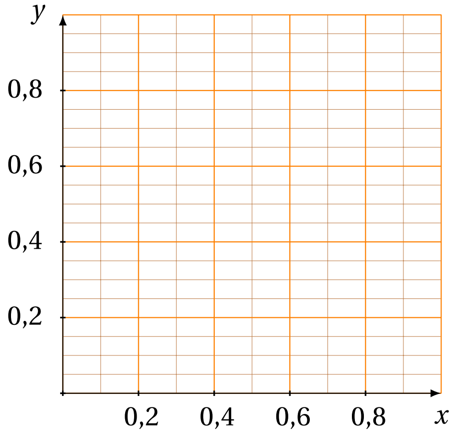
options	défaut	définition
sub	`true`	demande une sous grille
color	`darkgray`	couleur de la première grille
subcolor	`lightgray`	couleur de la sous-grille
xstep	`1`	le pas des graduation
subxstep	`0.2`	le pas des sous-graduations
ystep	`1`	le pas des graduation
subystep	`0.2`	le pas des sous-graduations

Exemple n° 20 Presque par défaut



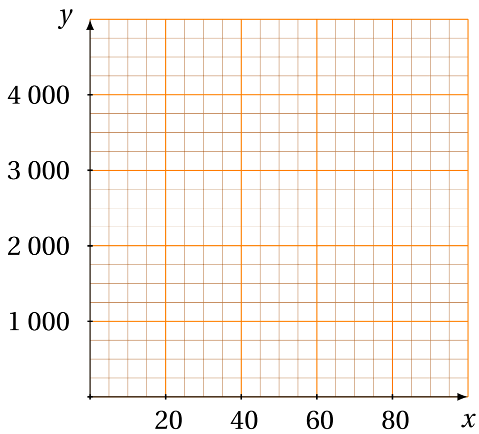

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=5,ymax=5]
   \tkzx
   \tkzy
   \tkzgrid[color=orange]
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 21 Option sub



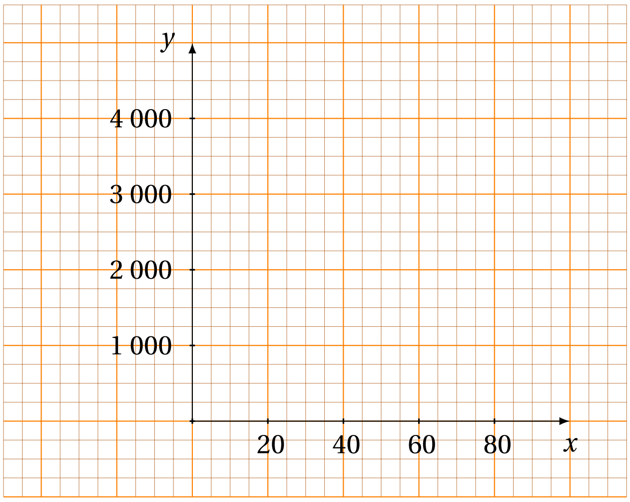

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=1,xstep=.2,ymax=1,ystep=.2]
   \tkzgrid[sub,subxstep=.1,subystep=0.05,color=orange,subcolor=bistre]%
   \tkzx
   \tkzy
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 22 Option sub avec des intervalles importants




```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=100,xstep=20,ymax=5000,ystep=1000]
   \tkzgrid[sub,subxstep=5,subystep=250,color=orange,subcolor=bistre]%
   \tkzx
   \tkzy
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 23 Débordement




```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=100,xstep=20,ymax=5000,ystep=1000]
   \tkzgrid[sub,subxstep=5,subystep=250,color=orange,subcolor=bistre]%
  (-50,-1000)(115,5500)%
   \tkzx
   \tkzy
 \end{tikzpicture}
```

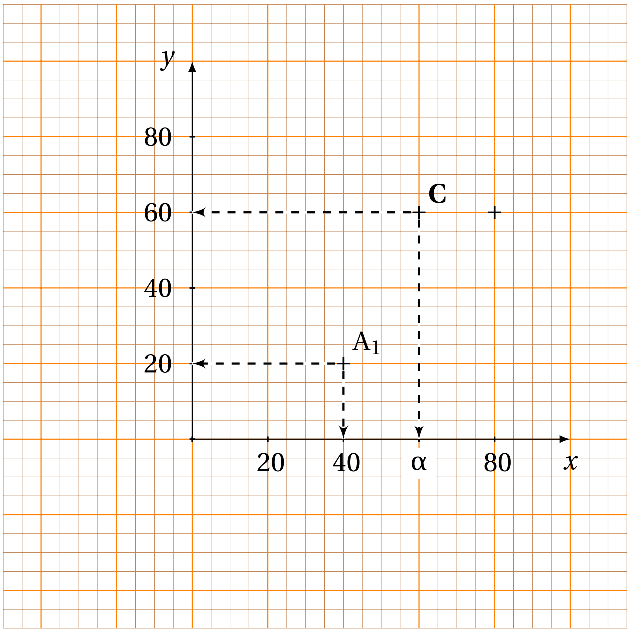
macro n° 5 Placer des points

Syntaxe : `\tkzpt [options]nom du node` Attention, le nom du node est le nom du point lorsque cela est valide exemples : a, A, a1 mais A_1 n'est pas accepté. Dans ce cas, vous nommez le node a1 par exemple, vous

options	défaut	définition
noname	false	si true pas de nom
name	empty	si non vide alors c'est le nom attribué au point
color	black	couleur du point
type	+	représentation du point
size	\normalsize	taille du point
pos	above right	position du nom
orig	false	booléen, sa présence impose la présence de l'origine
coord	false	booléen pour indiquer si on représente les coordonnées
xlabel	empty	nom de l'abscisse si coord = true
ylabel	empty	nom de l'ordonnée si coord = true
poslabel	0pt	écart par rapport aux axes des coordonnées

Dans l'exemple suivant, le point A_1 est référencé par A et est nommé A_1, mais le point B est référencé par B et n'est pas nommé

Exemple n° 24 Option `coord`, différents cas

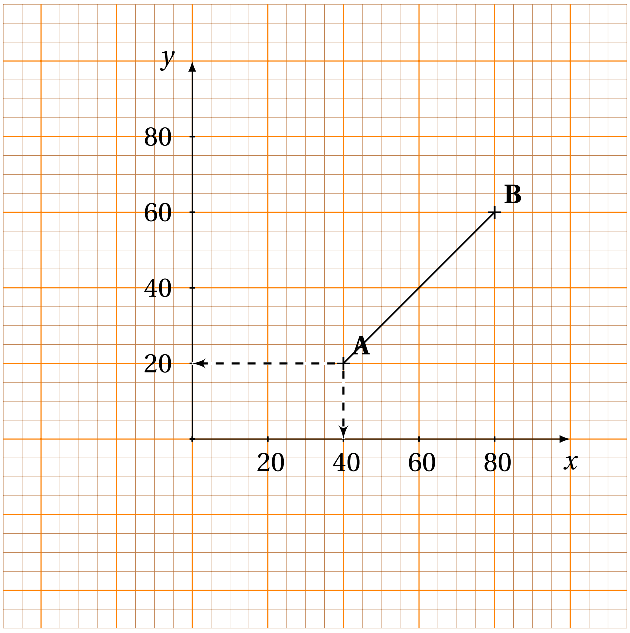



```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=100,xstep=20,ymax=100,ystep=20]
   \tkzgrid[sub,subxstep=5,subystep=5,color=orange,subcolor=bistre]%
  (-50,-50)(115,115)%
   \tkzx
   \tkzy
   \tkzpt[coord,name=$A_1$](40,20){A}
   \tkzpt[noname](80,60){B}
    \tkzpt[label,coord,xlabel=$\alpha$](60,60){C}
 \end{tikzpicture}
```

macro n° 6 Tracer des segments `\tkzseg`

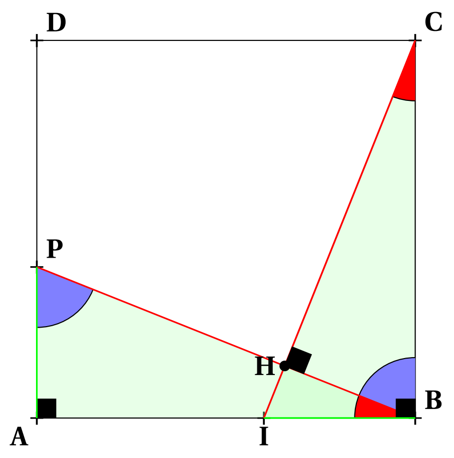
Syntaxe : `\tkzpt[options](first node)-(second node)`

Exemple n° 25 Un simple segment




```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=100,xstep=20,ymax=100,ystep=20]
   \tkzgrid[sub,subxstep=5,subystep=5,color=orange,subcolor=bistre]%
  (-50,-50)(115,115)%
   \tkzx
   \tkzy
   \tkzpt[coord](40,20){A}
   \tkzpt(80,60){B}
   \tkzseg(A)-(B)
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 26 Exemple plus complexe

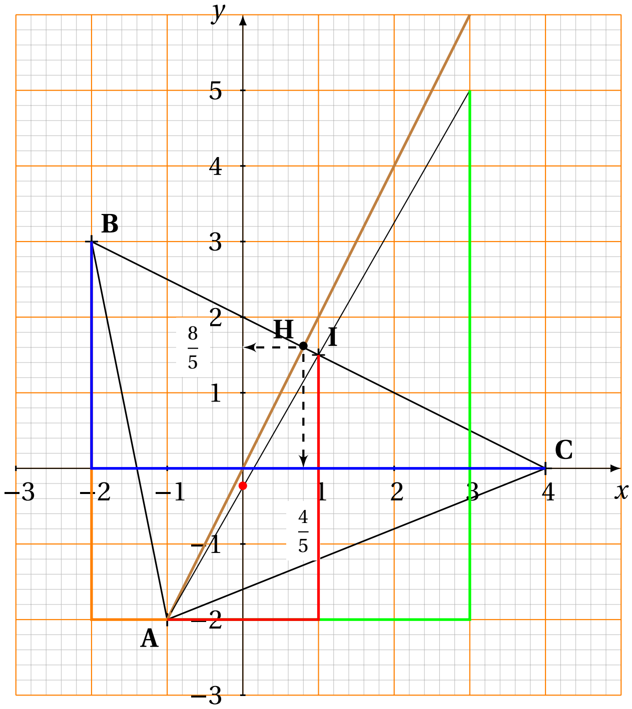



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzinit[,xmax=6,ymax=6]
  \tkzpt[pos={below left}](0,0){A}
  \tkzpt(5,0){B} \tkzpt(5,5){C} \tkzpt(0,5){D} \tkzpt(0,2){P}
  \tkzpt[pos=below](3,0){I}
  \tkzrc(A,C)
  \tkzseg[color=red](C)-(I)
  \draw[fill=green!30,opacity=.3] (0,0)-(0,2)-(5,0)-cycle;
  \draw[fill=green!30,opacity=.3] (5,0)-(5,5)-(3,0)-cycle;
  \begin{scope}
    \path[clip] (5,0)-(5,5)-(3,0)-cycle;
    \draw[fill=red] (5,5) circle (8mm);
  \end{scope}
  \begin{scope}
    \path[clip] (A.center)-(P.center)-(B.center)-cycle;
    \draw[fill=red,opacity=1] (B.center) circle (8mm);
    \draw[fill=blue!50,opacity=1] (P.center) circle (8mm);
  \end{scope}
  \begin{scope}
    \path[clip] (5,5)-(5,0)-(0,2)-(5,5);
    \draw[fill=blue!50,opacity=1] (5,0) circle (8mm);
  \end{scope}
  \tkzseg[color=red](C)-(I) \tkzseg[color=red](B)-(P)
  \fill (intersection cs:
  first line={(B)-(P)},second line={(I)-(C)}) coordinate (H)%
  node[left]  {\textbf{H}} circle (2pt);
  \draw[fill](H.center) - ++(+0.25,-0.1) - ++(0.1,0.25)-%
                         ++(-0.25,0.1)-(H.center);
  \draw[fill](A.center) - ++(+0.25,0) - ++(0,0.25)-%
                         ++(-0.25,0)-(A.center);
  \draw[fill](B.center) - ++(-0.25,0) - ++(0,0.25)-%
                         ++(0.25,0)-(B.center);
  \tkzseg[color=green](A)-(P) \tkzseg[color=green](B)-(I)
\end{tikzpicture}
```

macro n° 7 Tracer le milieu d'un segment \tkzmpt

Syntaxe : `\tkzmpt[options](first node,second node)name`

Exemple n° 27 Milieu d'un segment

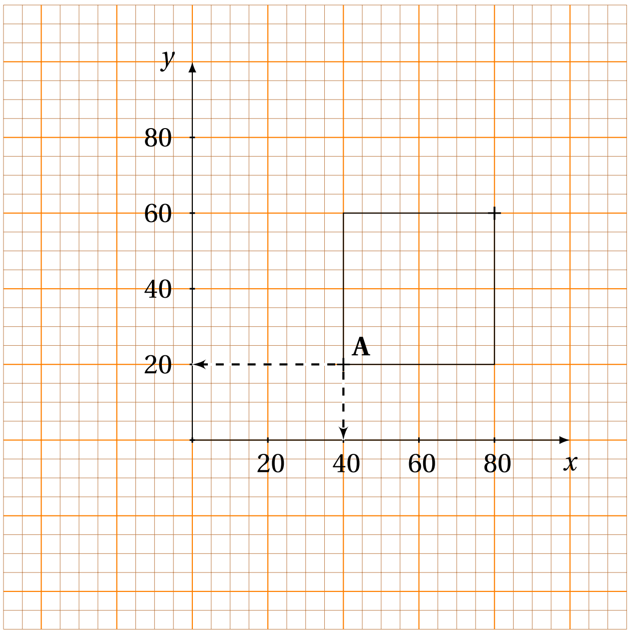



```
\begin{tikzpicture}
  \tkzinit[xmin=-3,xmax=5,ymin=-3,ymax=6]
  \tkzgrid[color=orange,sub]
  \tkzx  \tkzy
  \tkzpt[pos={below left}](-1,-2){A}
  \tkzpt(-2,3){B}  \tkzpt(4,0){C} \tkzseg(A)-(B)
  \tkzseg(A)-(C)    \tkzseg(C)-(B)
  \draw[color=brown,line width=1pt] (A.center)-(3,6);
  \tkzpt[coord,%
         pos     = {above left},%
         type     = $\bullet$,%
         xlabel   = \scriptsize$\dfrac{4}{5}$,%
         ylabel   = \scriptsize$\dfrac{8}{5}$,%
         poslabel = 12pt](0.8,1.6){H}
  \draw (A)- +(4,7);
  \tkzmpt(B,C){I}
  \draw[color=orange,line width=1pt](B.center)|- (A.center);
  \draw[color=green,line width=1pt](A.center)-| +(4,7);
  \draw[color=red,line width=1pt](A.center)-| (I.center);
  \draw[color=blue,line width=1pt](B.center)|- (C.center);
  \tkzpt[noname,color=red,type=$\bullet$](0,-0.25){d}
\end{tikzpicture}
```

macro n° 8 Tracer un rectangle \tkzrc

Syntaxe : `\tkzrc[options](first node,second node)`

Exemple n° 28 Tracer un rectangle

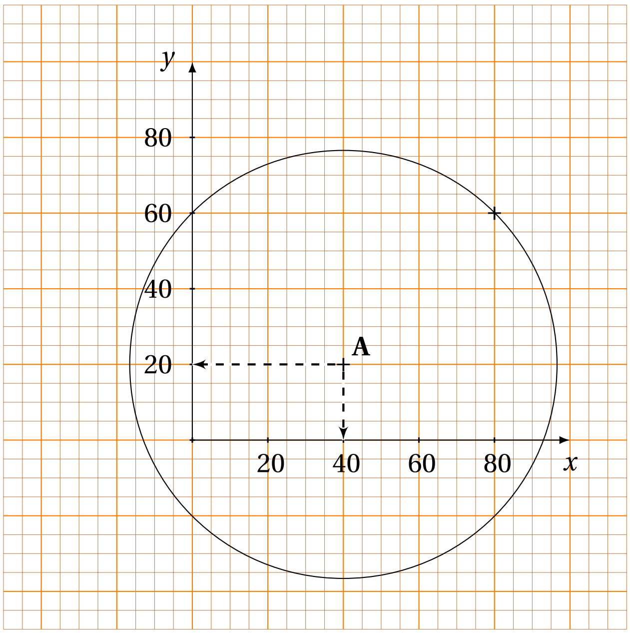



```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=100,xstep=20,ymax=100,ystep=20]
   \tkzgrid[sub,subxstep=5,subystep=5,color=orange,subcolor=bistre]%
   (-50,-50)(115,115)%
   \tkzx
   \tkzy
   \tkzpt[coord](40,20){A}
   \tkzpt[noname](80,60){B}
   \tkzrc[color=orange](A,B)
 \end{tikzpicture}
```

macro n° 9 Tracer un cercle avec un centre et passant par un point `\tkzcc`

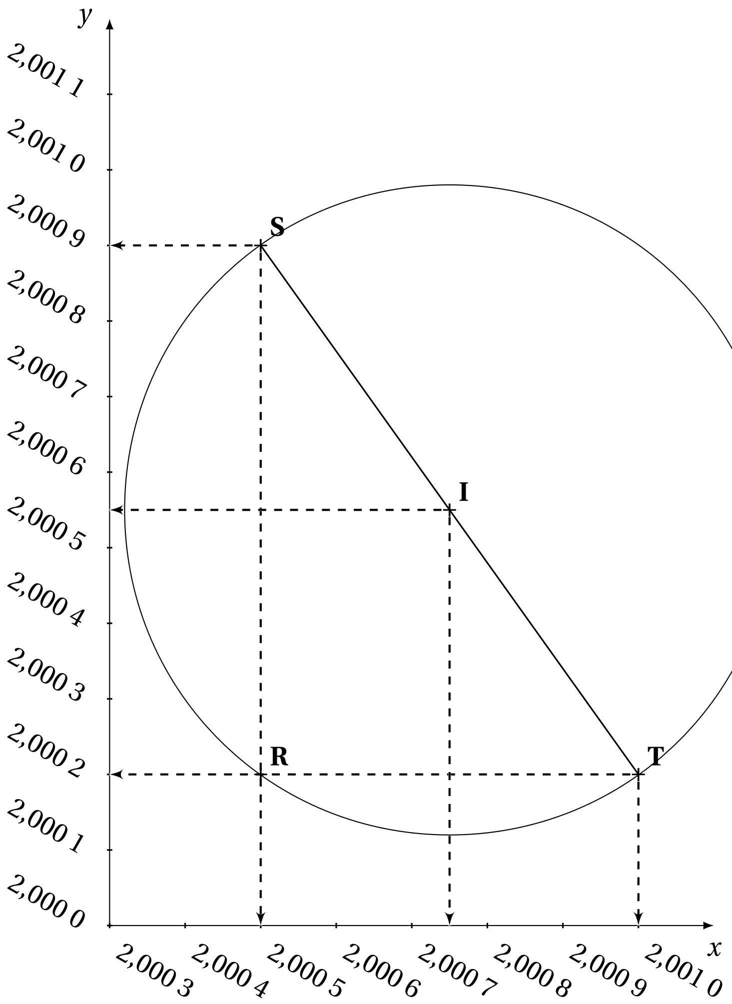
Syntaxe : `\tkzcc[options](first node,second node)`

Exemple n° 29 Tracer un cercle défini par deux points dont le centre



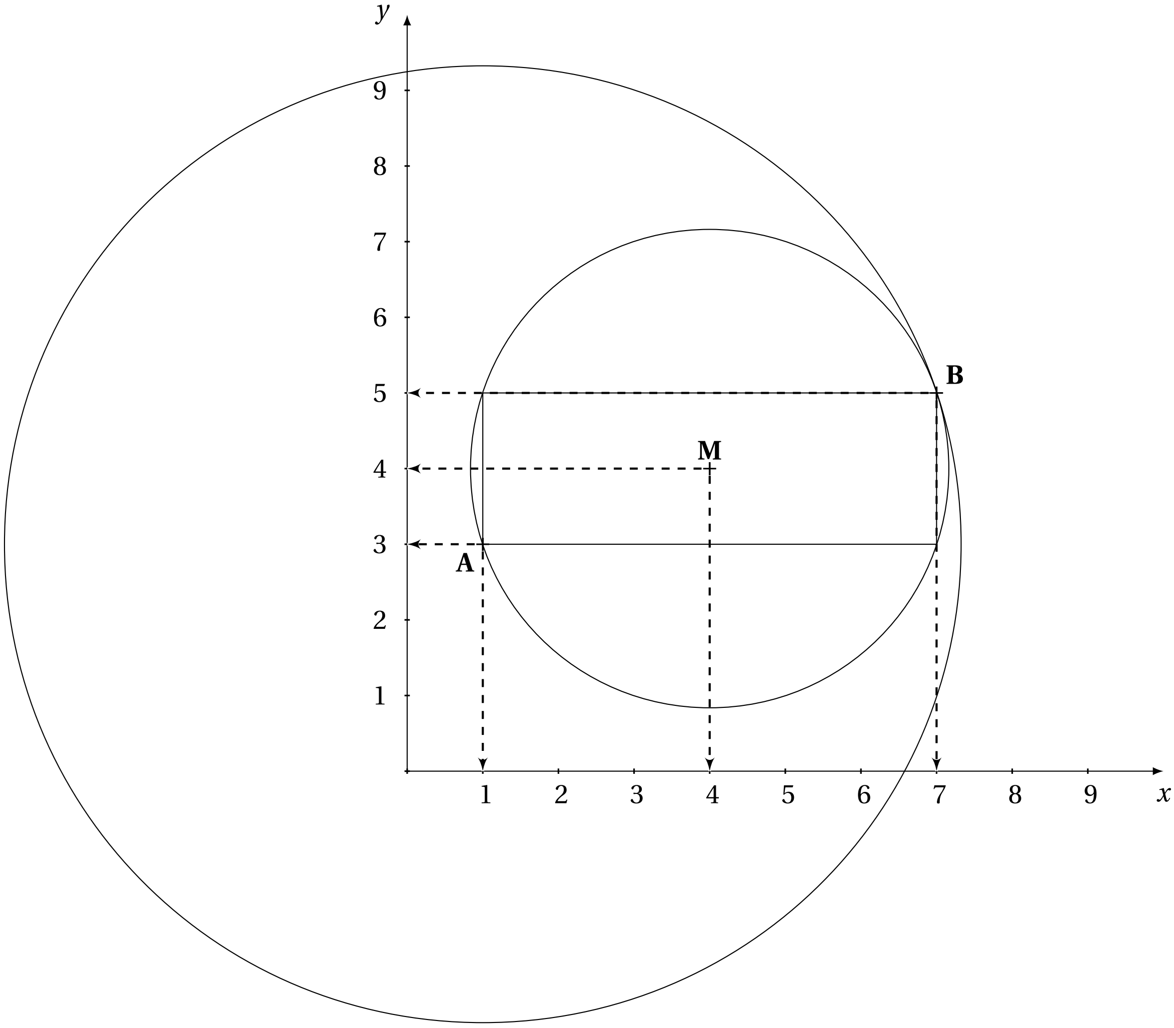

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzinit[xmax=100,xstep=20,ymax=100,ystep=20]
   \tkzgrid[sub,subxstep=5,subystep=5,color=orange,subcolor=bistre]%
   (-50,-50)(115,115)%
   \tkzx
   \tkzy
   \tkzpt[coord](40,20){A}
   \tkzpt[noname](80,60){B}
   \tkzcc[color=rew,lw=1pt](A,B)
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 30 Mélange avec des décimaux




```
\begin{tikzpicture}[scale=1]
\tkzinit[
 xmin=2.0003,xmax=2.0011,xstep=0.0001,%
 ymin=2.0000,ymax=2.0012,ystep=0.0001]
\tkzx[orig,pos={below right=1pt,rotate=-30}]
\tkzy[orig,pos={left=8pt,rotate=-30}]
\tkzpt[coord](2.0005,2.0009){S}
\tkzpt[coord](2.0010,2.0002){T}
\tkzmpt[coord](S,T){I}
\tkzpt[](2.0005,2.0002){R}
\tkzcc(I,R)
\tkzseg(S)-(T)
\end{tikzpicture}
```

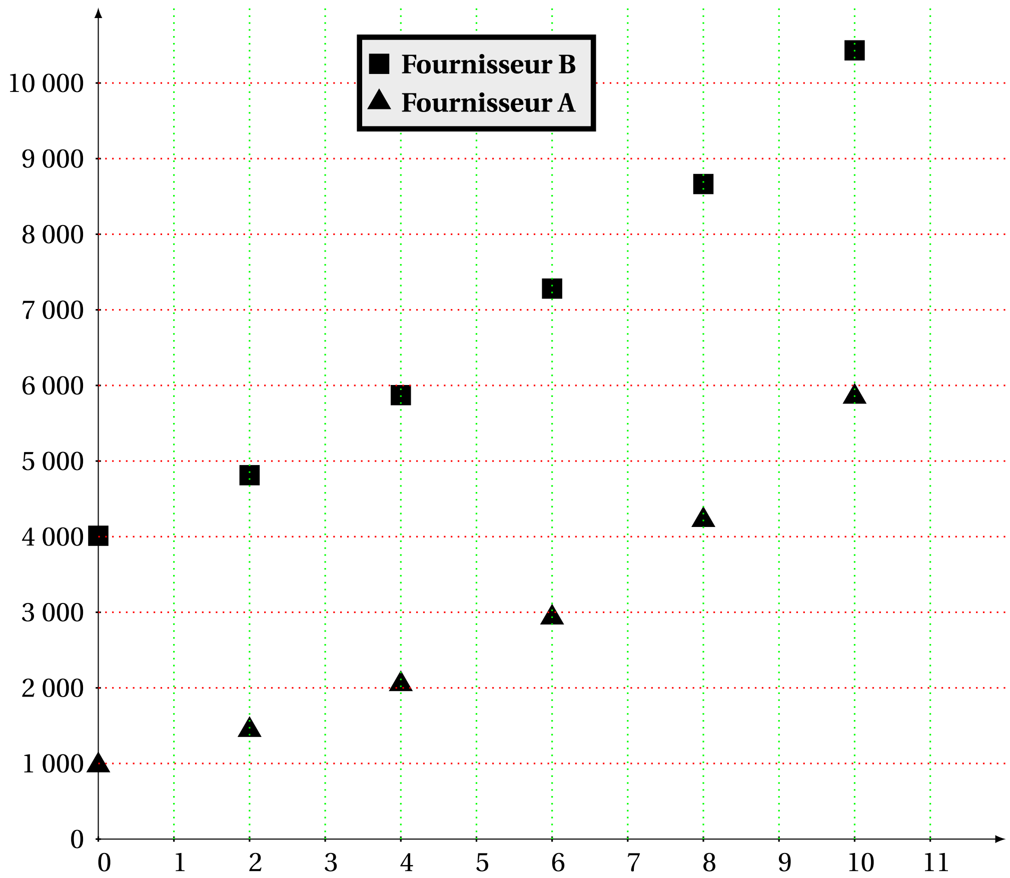
Exemple n° 31 Mélange rectangle et cercle




```
\begin{tikzpicture}
  \tkzinit
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzpt[pos={below left},coord](1,3){A}
  \tkzpt[coord](7,5){B}
  \tkzmpt[coord,pos={above}](A,B){M}
  \tkzrc(A,B)
  \tkzcc(M,B)
  \tkzcc(A,B)
\end{tikzpicture}
```

macro n° 10 Deux nouvelles macros `\diagram` et `\legend`

Exemple n° 32 Diagramme




```
\begin{tikzpicture}
  \tkzinit[xmax=12,ymax=11000,ystep=1000];
  \tkzx[orig,label={}];
  \tkzy[orig,label={}];
  \diagram[mark=triangle*,size=1ex]%
   {0/975,2/1443,4/2049,6/2930,8/4220,10/5850};
  \diagram[mark=square*,size=.75ex]%
   {0/4012,2/4813,4/5872,6/7281,8/8664,10/10432}
  \tkzhline[style=dotted,color=red]{1000,2000,...,10000}
  \tkzvline[style=dotted,color=green]{1,2,...,11}
 \legend[color=lightgray!30,lw=2pt]%
(5,10000)%
{triangle*/1ex/\textbf{Fournisseur A},%
square*/0.75ex/\textbf{Fournisseur B}}
 \end{tikzpicture}
```

V . Utilisation de \tkzfct

macro n° 11 Tracé d'une fonction \tkzfct

Syntaxe : `\tkzfct[option](xmin..xmax)expression`
xmin..xmax est le domaine sur lequel est demandé le tracé. L'expression est de la forme 2*x+1 ; 3*log(x) ; x*exp(x) ; x*x*x+x*x+x . Il faut remarquer que Gnuplot a un défaut majeur, même pour un exposant entier, il obtient les puissances en utilisant exp et ln, de ce fait (-4)**2 provoque une erreur. Il est préférable de passer par x*x à la place de x**2.

Lorsque xstep[macro n° 1] est différent de 1, il est nécessaire de remplacer x par \x.

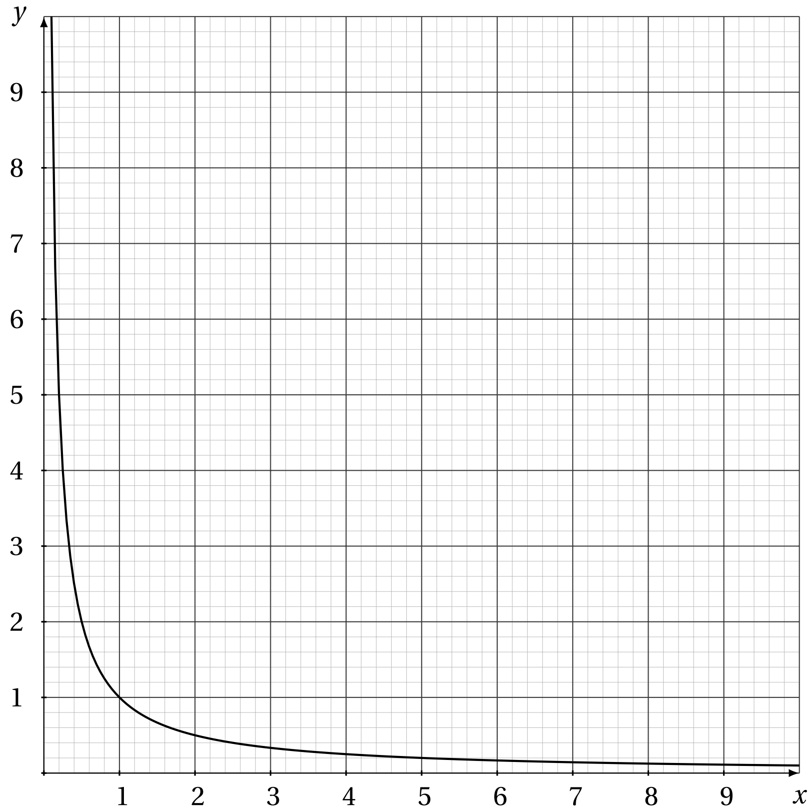
Il faut bien évidemment avoir initialisé l'environnement à l'aide \tkzinit avant d'appeler \tkzfct.

Attention à ne pas mettre d'espace entre les arguments.

options	défaut	définition
lw	0.8pt	définit la largeur du trait de la courbe
color	black	pas de graduations
samples	false	position des ticks (graduations)
rep	false	tracé des vecteurs unités
label	false	nom attribué au label
labelfct	$\mathcal{C}_f$	écart vertical à l'axe (peut être négatif)

Exemple n° 33 Tracé de $\frac{1}{x}$

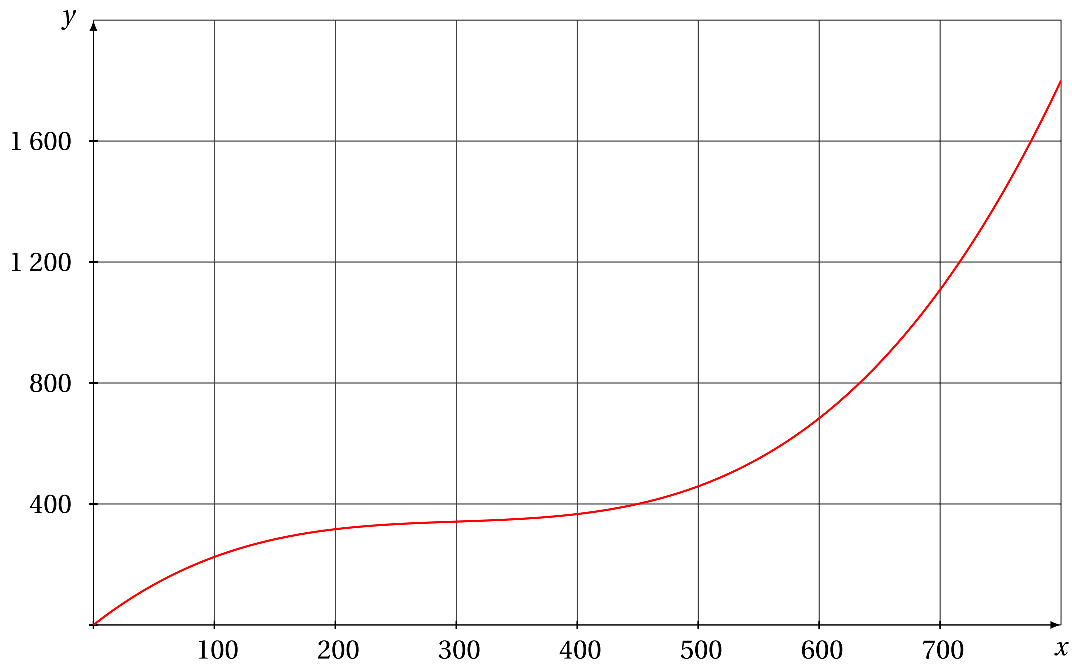
On demande 200 valeurs pour la table qui va permettre le tracé




```
\begin{tikzpicture}
    \tkzinit
    \tkzgrid[sub]
    \tkzx
    \tkzy
    \tkzfct[label=false,samples=200](0.1..10){1/x}
\end{tikzpicture}
```

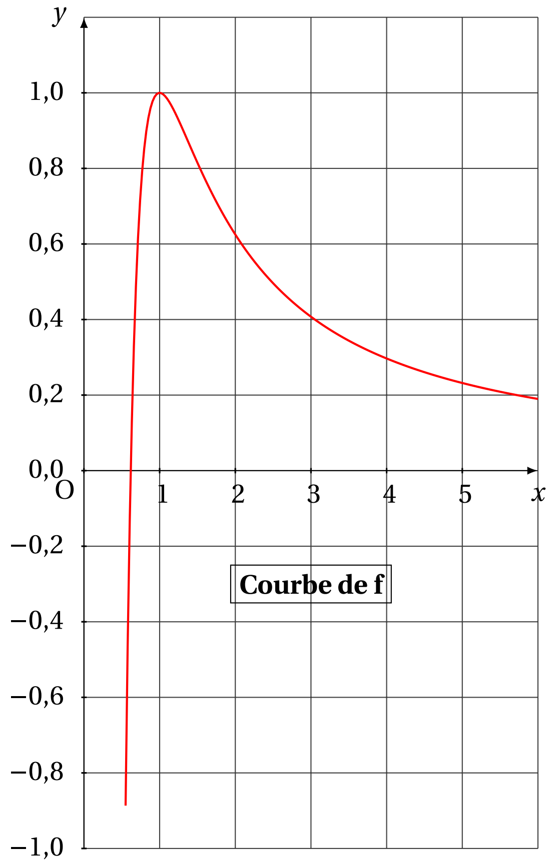
Exemple n° 34 Utilisation de valeurs plus importantes

Cette fois le domaine s'étend de 0 à 800, les valeurs prises par la fonction de 0 à 2 000. xstep=100 donc il faut utliser \x à la place de x. Une petite astuce au niveau de gnuplot, 1. et 113. permettent d'obtenir une division dans les décimaux sinon la division se fait dans les entiers.
Ensuite, j'utilise les macros pour placer des points




```
\begin{tikzpicture}[scale=1.6]
  \tkzinit[xmin=0,xmax=800,xstep=100,ymin=0,ymax=2000,ystep=400]
  \tkzgrid[](0,0)(800,2000)
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzfct[color=red,label=false,samples=100,lw=0.8pt](0..800)%
  {(1./90000)*\x*\x*\x-(1./100)*\x*\x+(113./36)*\x}
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 35 Simple courbe




```
\begin{tikzpicture}
\tkzinit[xmin=0,xmax=6,ymin=-1,ymax=1.2,ystep=0.2];
  \tkzgrid(0,-1)(6,1.2)
  \tkzx[]
  \tkzy[]
  \tkzfct[color=red,lw=0.8pt](0.55..6){(\x*\x+\x-1)/(\x*\x*\x)};
  \node[draw] at (3,-1.5) {\textbf{Courbe de} $\mathbf{f}$};
  \node[below left] at (0,0)  {O};
\end{tikzpicture}
```

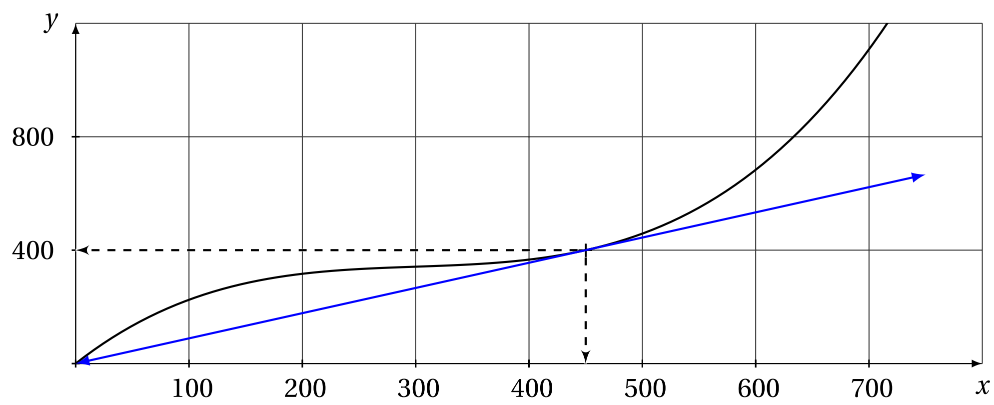
macro n° 12 Tracé d'une tangente \tkztg

Syntaxe : \tkztg[option] \tkzfcta(xa)
Si une seule fonction est utilisée, elle est stockée avec comme nom \tkzfcta, si une deuxième fonction est utilisée elle sera stockée avec comme nom \tkzfctb, et ainsi de suite.
Il faut bien évidemment avoir initialisé l'environnement à l'aide \tkzinit avant d'appeler \tkzfct.
Pour la longueur des vesteurs représentant les demi-tangentes, il faut attribuer une valeur aux coefficients kl et kr.Cette valeur dépend de xstep. Un de ces coefficients nul, annule le dessin de la demi-tangente correspondante (l=left) et (r=right).

options	défaut	définition
lw	0.6pt	définit la largeur du trait de la tangente
color	blue	couleur du trait
style	solid	solid, dashed, dotted etc...(voir manuel de tikz)
kr	1	coefficient pour la longueur de la demi-tangente à droite
kl	1	coefficient pour la longueur de la demi-tangente à droite

Exemple n° 36 Tracé d'une tangente \tkztg

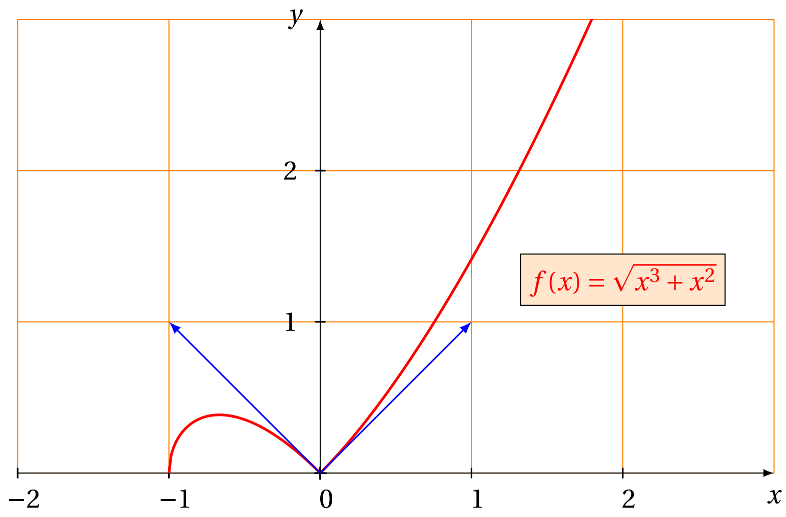
Il faut remarquer qu'il n'est point nécessaire de faire des calculs. Il suffit d'utiliser les valeurs qui correspondent aux graduations.




```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
  \tkzinit[xmin=0,xmax=800,xstep=100,ymin=0,ymax=1200,ystep=400]
  \tkzgrid[](0,0)(800,1200)
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzfct[label=false,samples=100,lw=0.8pt](0..800)%
  {(1./90000)*\x*\x*\x-(1./100)*\x*\x+(113./36)*\x}
  \tkzpt[noname,coord](450,400){a}
  \tkztg[color=blue,lw=.8pt,kr=300,kl=450]\tkzfcta(450)
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 37 Demi-tangentes

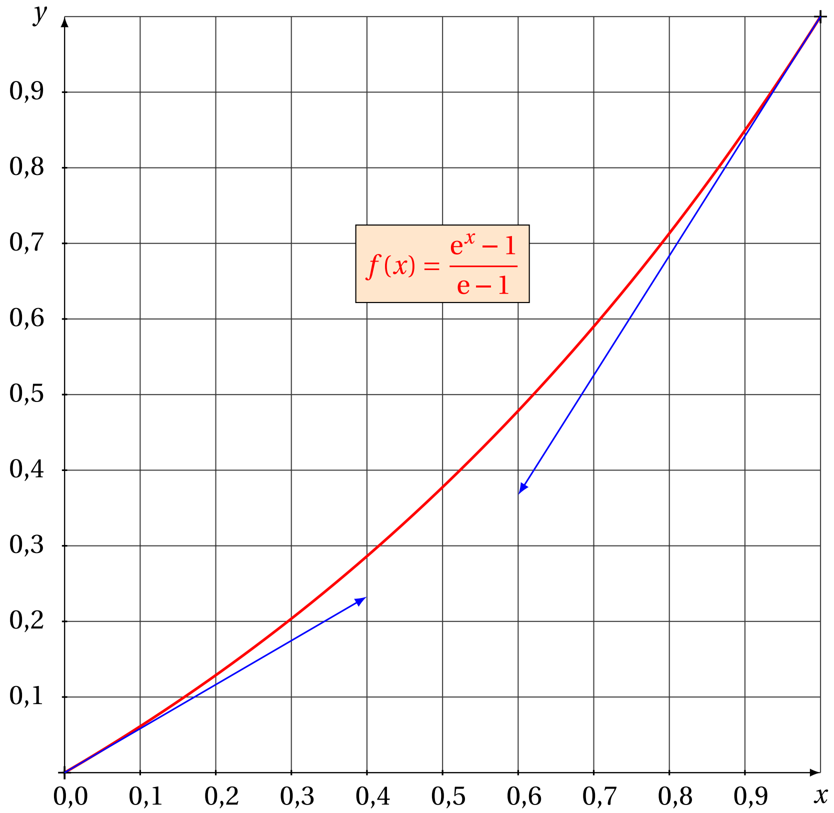
Dans cet exemple, elles sont obtenues automatiquement :




```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
    \tkzinit[xmin=-2,xmax=3,ymax=3]
    \tkzgrid[color=orange](-2,0)(3,3)
    \tkzx[orig]
    \tkzy
    \tkzfct[samples = 200,%
            lw=1pt,%
            color    = red](-1..2)%
            {(x*x*x+x*x)**(0.5)}
    \tkztg\tkzfcta(0)
    \tkztxt[style     = {draw},%
            color     = red,%
            bkgcolor = orange!20]%
            (2,1)%
            {$f(x)=\sqrt{x^3+x^2}$}
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 38 Demi-tangentes Courbe de Lorentz

Ici on veut que les demi-tangentes comprises entre 0 et 1, pour cela il suffit dans un cas de donner la valeur 0 à kr et dans l'autre à kl.



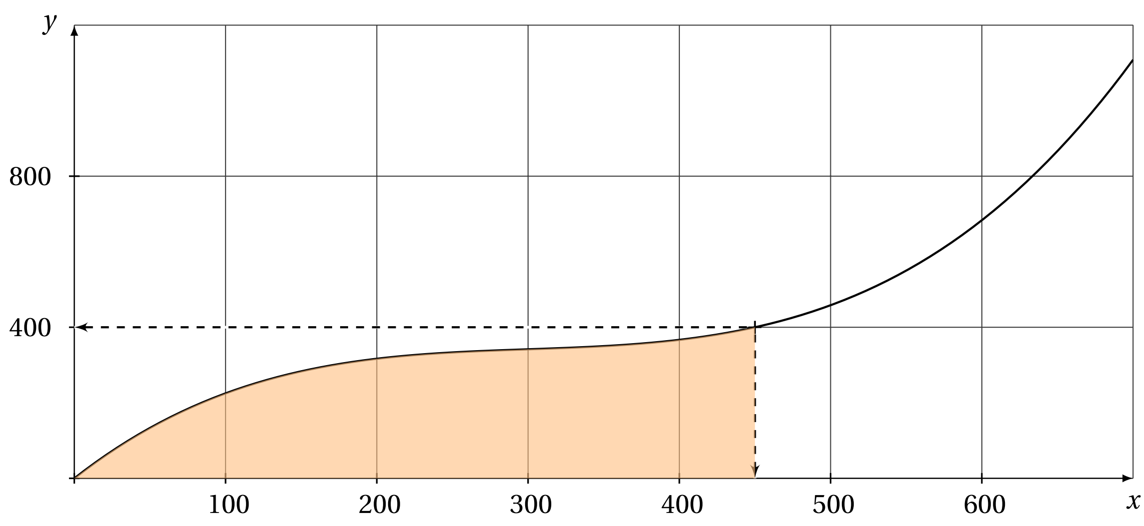

```
\begin{tikzpicture}
    \tkzinit[xmax=1,ymax=1,xstep=0.1,ystep=0.1]
    \tkzgrid(0,0)(1,1)
    \tkzx[orig]
    \tkzy
    \tkzfct[samples = 200,%
            lw=1pt,%
            color   = red](-1..2)%
        {(exp(\x)-1)/(exp(1)-1)}
    \tkztg[kl=0,kr=0.4]{\tkzfcta}(0)
    \tkztg[kl=0.4,kr=0]{\tkzfcta}(1)
    \tkztxt[style    = {draw},%
            color    = red,%
            bkgcolor = orange!20]%
            (0.5,0.6)%
            {$f(x)=\dfrac{\text{e}^x-1}{\text{e}-1}$}
\end{tikzpicture}
```

macro n° 13 Aire pour une intégrale \tkzaire

Syntaxe : `\tkzaire[option](xa..xb)`
On l'emploie juste après l'utilisation de \tkzfct

options	défaut	définition
lw	`0.6pt`	définit la largeur du trait de la tangente
color	`blue`	couleur du trait
style	`solid`	solid, dashed, dotted etc...(voir manuel de tikz)
kr	`1`	coefficient pour la longueur de la demi-tangente à droite
kl	`1`	coefficient pour la longueur de la demi-tangente à droite

Exemple n° 39 Aire simple

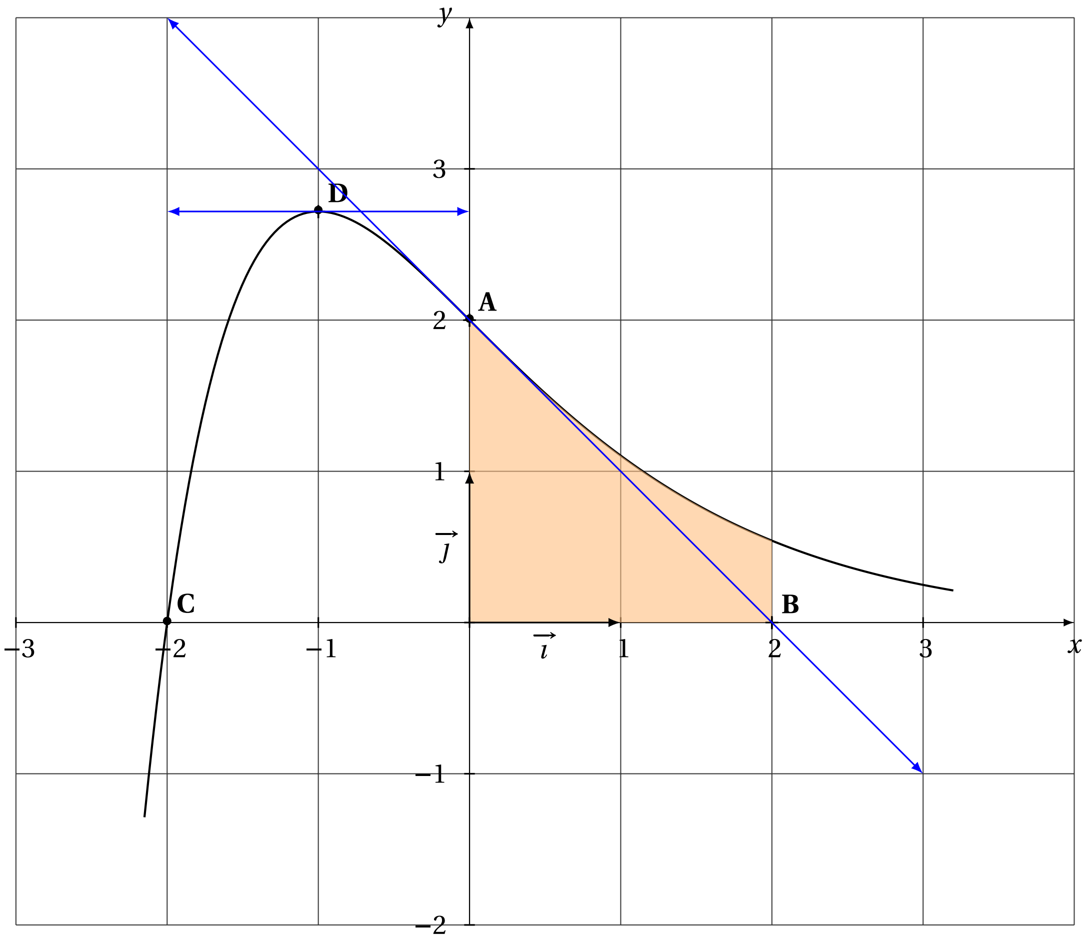



```
\begin{tikzpicture}[scale=2]
  \tkzinit[xmin=0,xmax=700,xstep=100,ymin=0,ymax=1200,ystep=400]
  \tkzgrid
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzfct[label=false,samples=100,lw=0.8pt](0..700)%
  {(1./90000)*\x*\x*\x-(1./100)*\x*\x+(113./36)*\x}
  \tkzpt[noname,coord](450,400){a}
  \tkzaire[color=orange!50](0..450)
\end{tikzpicture}
```

macro n° 14 Placer un point sur une courbe en utilisant la fonction `\tkzfctpt`

Syntaxe : `\tkzfctpt[options](xa , \tkzfcta)nom`
Les options sont celles d'un point, comme pour la tangente la fonction utilisée est donnée par `\tkzfcta`

Exemple n° 40 Calcul de valeur, aire et tangente

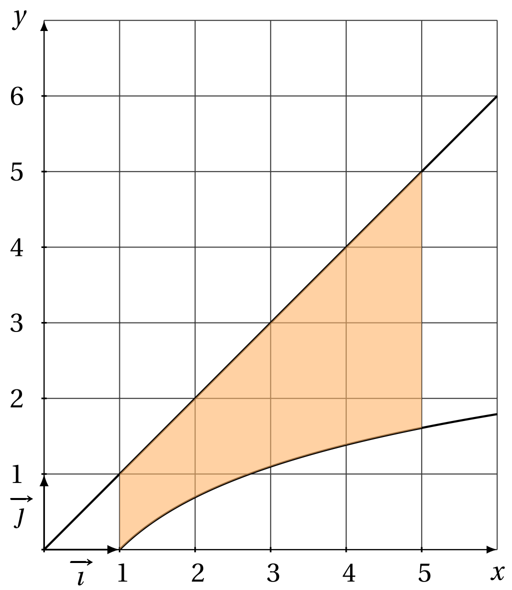



```
\begin{tikzpicture}[scale=2,line width=0.6pt,>=latex]
 \tkzinit[xmin=-3,xmax=4,ymin=-2,ymax=4]
 \tkzgrid(-3,-2)(4,4)
 \tkzx  \tkzy
 \tkzfct(-2.15..3.2){(2+x)*exp(-x)}
 \tkzaire[color=orange!50](0..2)
 \tkzpt(2,0){B}
 \tkzfctpt[type=$\bullet$](0,\tkzfcta){A}
 \tkzfctpt[type=$\bullet$](-1,\tkzfcta){D}
 \tkzfctpt[type=$\bullet$](-2,\tkzfcta){C}
 \tkztg\tkzfcta(-1)
 \tkztg[kr=3,kl=2]\tkzfcta(0)
 \rep
\end{tikzpicture}
```

macro n° 15 Aire comprise entre deux courbes `\tkzairefg`

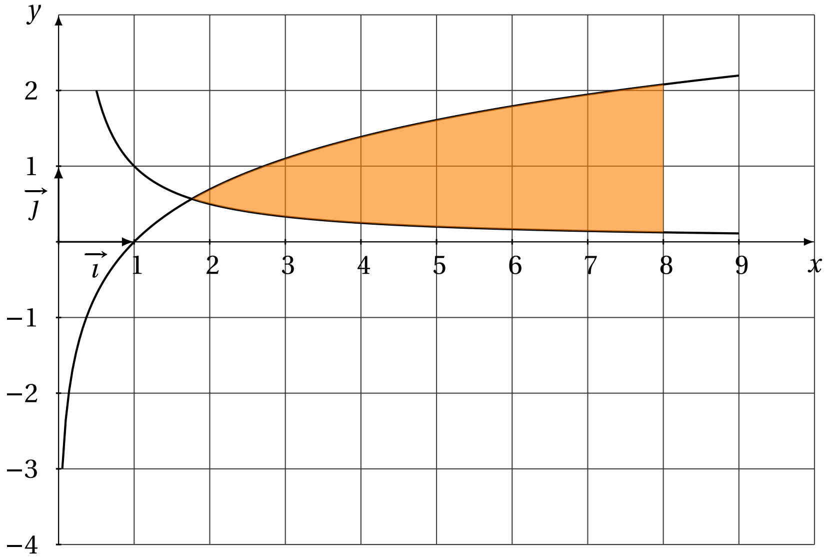
Syntaxe : `\tkzairefg[option](xa..xb)fg`
Si sur xa..xb, f est supérieure à g alors f est passée comme argument en premier. Il est possible d'éviter de renommer les fonctions en utilisant le nom de stockage interne `\tkzfctgnua` puis `\tkzfctgnub`. C'est l'expression utilisée par gnuplot.a,b etc... sont attribuées dans l'ordre d'apparition.

Exemple n° 41 Aire comprise entre deux courbes



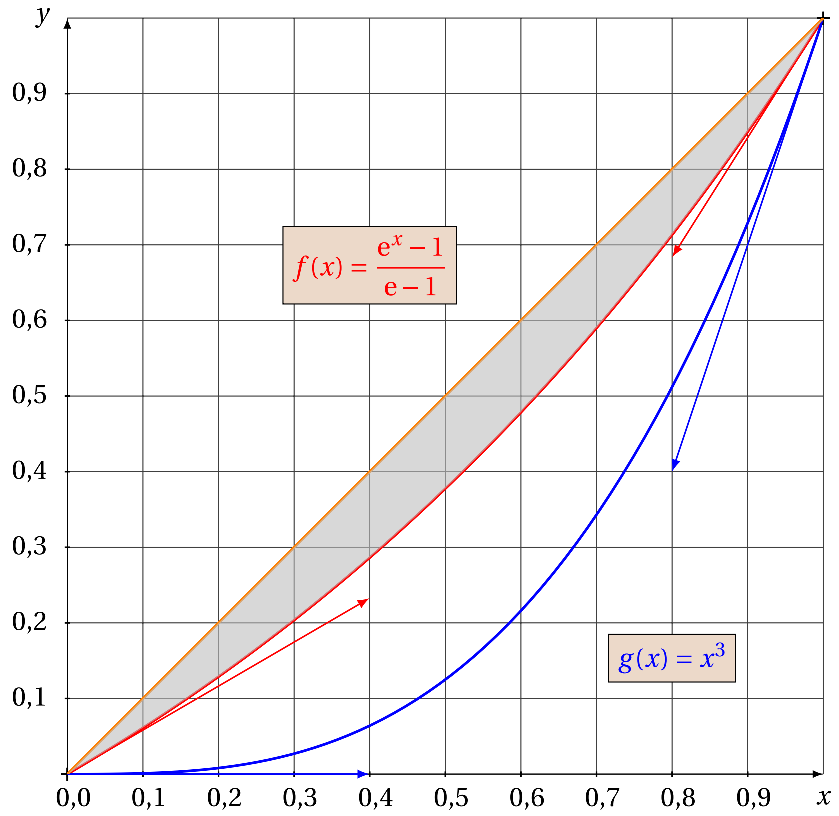

```
\begin{tikzpicture}
  \tkzinit[xmax=6,ymax=7]
  \tkzgrid(0,0)(6,7)
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzfct[label=false](0..6){x}
  \tkzfct[label=false](6..-0.5){log(x)}
  \tkzairefg[color=orange!60](1..5){\tkzfctgnua}{\tkzfctgnub}
  \rep
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 42 Aire comprise entre deux courbes




```
\begin{tikzpicture}
\tkzinit[ymin=-4,ymax=3]
  \tkzgrid(0,-4)(10,3)
  \tkzx[]
  \tkzy[]
   \tkzfct[labelfct=$C_g$](0.5..9){1/x}
   \tkzfct[labelfct=$C_f$](0.05..9){log(x)}
   \tkzairefg[color=orange](1..8){\tkzfctgnub}{\tkzfctgnua}
  \rep
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 43 Aire comprise entre deux courbes : courbe de Lorentz

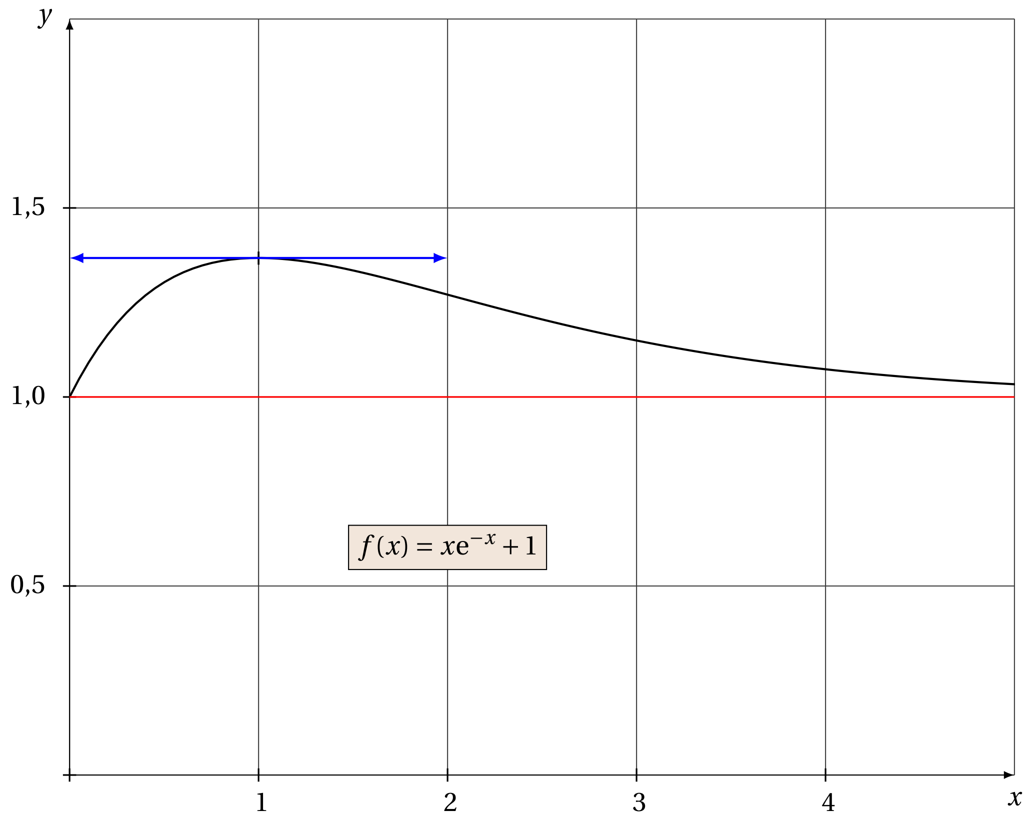



```
\begin{tikzpicture}
        \tkzinit[xmax=1,ymax=1,xstep=0.1,ystep=0.1]
        \tkzgrid(0,0)(1,1)
        \tkzx[orig]   \tkzy
        \tkzfct[samples = 200, lw=1pt, color   = red](-1..2)%
                {(exp(\x)-1)/(exp(1)-1)}
        \tkztg[kl=0,kr=0.4,color=red]{\tkzfcta}(0)
        \tkztg[kl=0.2,kr=0,color=red]{\tkzfcta}(1)
        \tkztxt[style = {draw}, color = red,bkgcolor = bistre!30]%
         (0.4,0.6){$f(x)=\dfrac{\text{e}^x-1}{\text{e}-1}$}
       \tkzfct[samples = 200,lw=1pt,color   = blue]%
         (-1..2){\x*\x*\x}
        \tkztg[kl=0,kr=0.4,color=blue]{\tkzfctb}(0)
        \tkztg[kl=0.2,kr=0,color=blue]{\tkzfctb}(1)
        \tkztxt[style = {draw},color = blue, bkgcolor = bistre!30]%
        (0.8,0.1){$g(x)=x^3$}
        \tkzfct[samples = 100,lw=1pt,color = orange,]%
         (-1..2),{\x}
        \tkzairefg(0..1){\tkzfctgnuc}{\tkzfctgnua}
    \end{tikzpicture}
```

macro n° 16 Asymptotes `\tkzhline` et `\tkzvline`

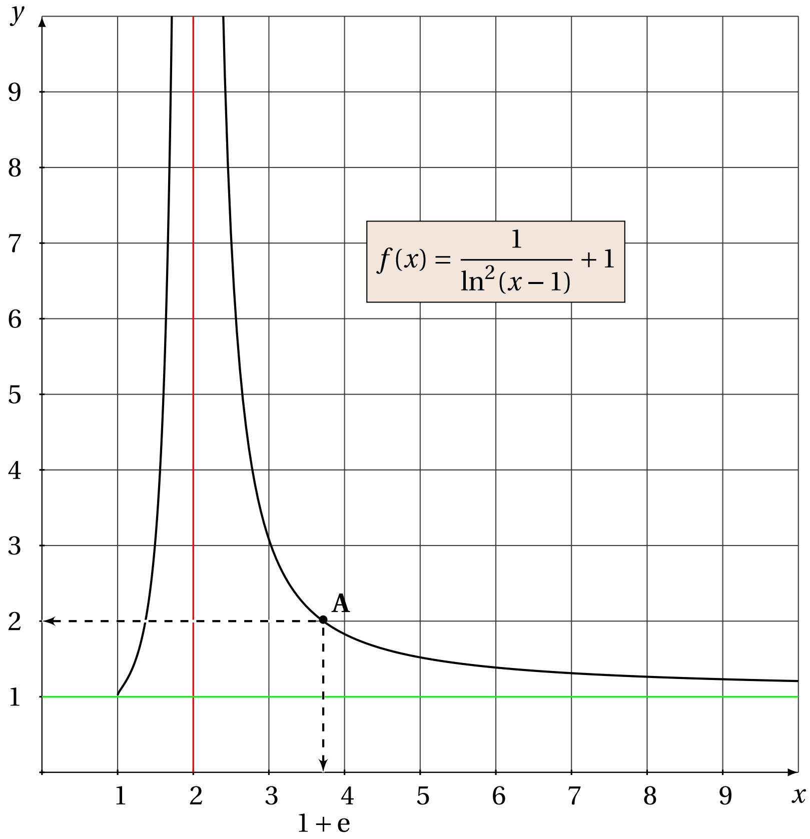
Syntaxe :

Exemple n° 44 Asymptote horizontale




```
\begin{tikzpicture}[scale=2.5]
  \tkzinit[xmax=5,ymax=2,ystep=0.5]
  \tkzgrid
  \tkzx
  \tkzy
  \tkzfct[lw=0.8pt](0..10){x*exp(-x)+1}
  \tkzhline[color=red,style=solid]{1}
  \tkztg[color=blue,lw=.8pt]{\tkzfcta}(1)
  \tkztxt[style    = {draw},%
         color    = black,%
         bkgcolor = bistre!20]%
         (2,0.5)%
         {$f(x)=x \text{e}^{-x}+1$}
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 45 Asymptote verticale




```
 \begin{tikzpicture}
 \tkzinit
 \tkzgrid
 \tkzx
 \tkzy
\tkzfct[lw=0.8pt](1.001..1.9){1+1/(log(x-1)**2)}
\tkzfct[lw=0.8pt](2.1..10){1+1/(log(x-1)**2)}
\tkzvline[color=red,style=solid]{2}
\tkzhline[color=green,style=solid]{1}
\tkzfctpt[coord,xlabel=$1+\text{e}$,poslabel=12pt,type=$\bullet$]%
({1+exp(1)},\tkzfctb){A}
   \tkztxt[style    = {draw},%
         color    = black,%
         bkgcolor = bistre!20]%
         (6,6)%
         {$f(x)=\dfrac{1}{\ln^2 (x-1)}+1$}
\end{tikzpicture}
```

VI . Étude complète d'une fonction : Courbes de Van der Waals

Soient v le volume d'une masse fluide et p sa pression. b et k sont deux nombres réels strictement positifs. On souhaite étudier une formule exprimant la dépendance de ces variables proposée par Van der Waals.

$$p(v) = \frac{-3}{v^2} + \frac{3k}{v-b}$$

définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = \left]b\,;\,+\infty\right[$

1/ Calculer la dérivée p'.

$$p'(v) = 3\left(\frac{2}{v^3} - \frac{k}{(v-b)^2}\right)$$

On pose

$$g(v) = 2\frac{(v-b)^2}{v^3}$$

Montrer que les racines de $p'(v) = 0$ sont les racines de $k = g(v)$

Partie A Étude des fonctions g définies sur $\mathrm{I} = \left]b\,;\,+\infty\right[$ par :

$$g(v) = 2\frac{(v-b)^2}{v^3}$$

1/ Déterminer $g'(v)$, montrer que :

$$g'(v) = \frac{2(v-b)(3b-v)}{v^4}$$

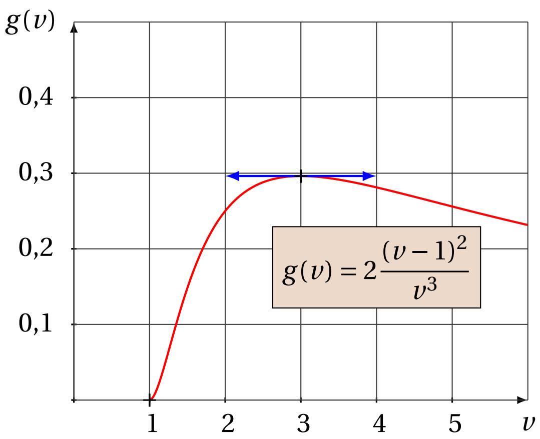
2/ Dresser en fonction de b la tableau de variation.

v	b		$3b$		$+\infty$
$g'(v)$	0	$+$	0	$-$	
$g(v)$	0	↗	$\frac{8}{27b}$	↘	0

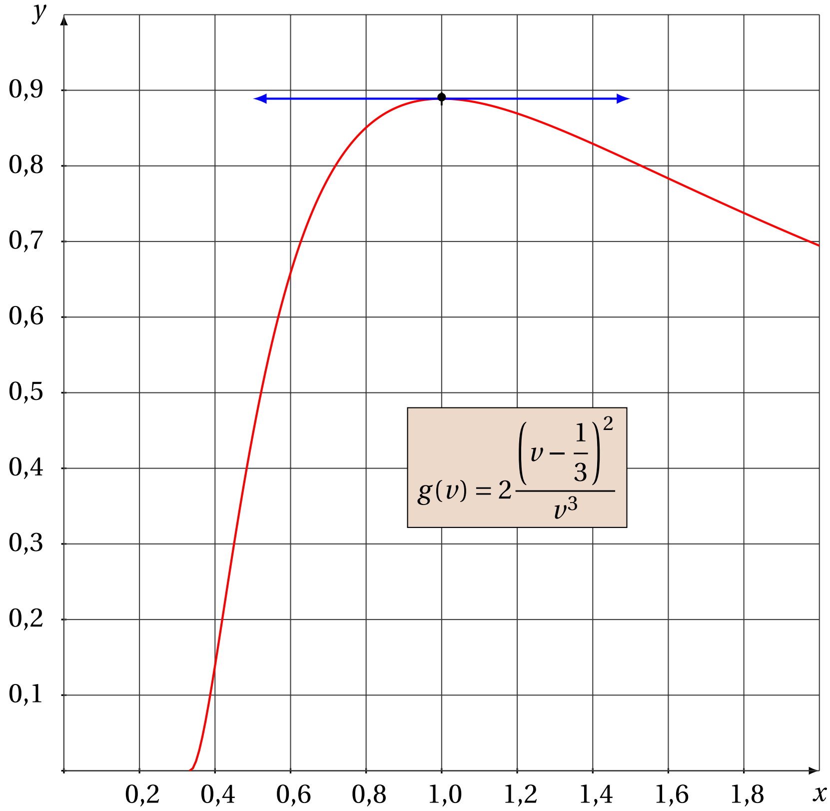
3/ Préciser le maximum de ces fonctions en fonction de b.

4/ Quelques courbes pour $r \leqslant v \leqslant 6$

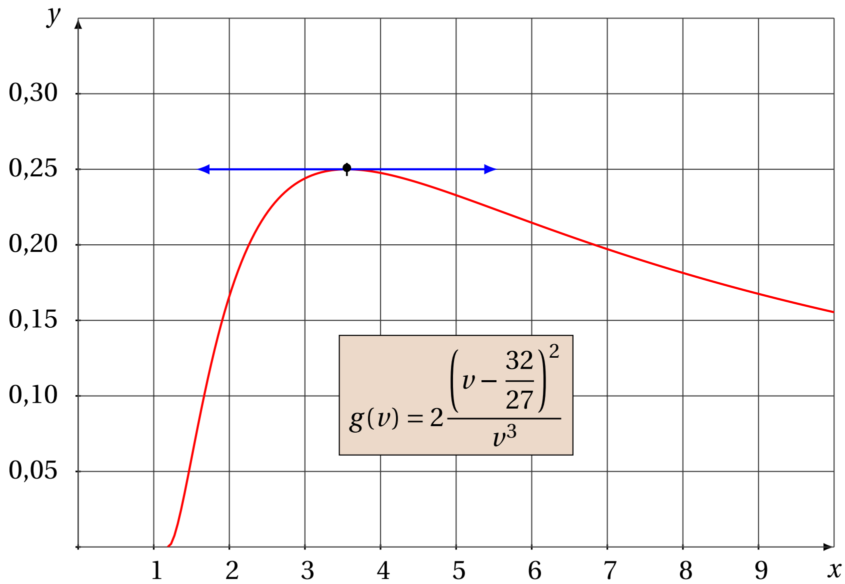
a/ $b = 1$



b/ $b = \dfrac{1}{3}$



c/ $b = \dfrac{32}{27}$



5/ Sachant que $p'(v) = \dfrac{3}{(v-b)^2}(g(v)-k)$, étudier en fonction de k et $k_0 = \dfrac{8}{27b}$, les variations de p.

Partie B Valeurs critiques

Lorsque $k = k_0$, les valeurs $v_0 = 3b$ pour laquelle $p'(v)$ s'annule et $p_0 = p(v_0)$ sont appelées *constantes critiques*.

1/ Calculer p_0 en fonction de b.

2/ Pour $k = k_0$, la racine $v = 3b$ de $p'(v) = 0$ ne donne ni maximum ni minimum, pourquoi ? En déduire une condition sur $p''(v)$.

3/ Vérifier par le calcul que $p'(v) = 0$ et $p''(v) = 0$ ont une solution commune en v qui correspond à une constante critique.

4/ Afin de simplifier l'étude de p, on recherche une formule réduite en posant :

$$x = \frac{v}{v_0}; \qquad y = \frac{p}{p_0}; \qquad \alpha = \frac{k}{k_0}$$

avec $v_0 = 3b$, $p_0 = \dfrac{1}{9b^2}$ et $k_0 = \dfrac{8}{27b}$

Vérifier alors que

$$y = \frac{-3}{x^2} + \frac{8\alpha}{x-b}$$

Partie C Étude de f définie par :

$$f(x) = \frac{-3}{x^2} + \frac{8\alpha}{3x-1}$$

1/ Déterminer la dérivée f' de f.

2/ Montrer que

$$f(x) = \frac{-8}{3x-1}\left[\frac{3(3x-1)}{8x^2} - \alpha\right]$$

et que

$$f'(x) = \frac{24}{(3x-1)^2}\left[\frac{(3x-1)^2}{4x^3} - \alpha\right]$$

3/ En déduire que les racines de f' sont les racines de :

$$\alpha = \frac{(3x-1)^2}{4x^3}$$

4/ Étudier les courbes des fonctions T_0 et T_1 définies par

$$\mathrm{T}_0(x) = \frac{3(3x-1)}{8x^2}$$

et

$$\mathrm{T}_1(x) = \frac{(3x-1)^2}{4x^3}$$

et exprimer $\mathrm{T}_0(x) - \mathrm{T}1(x)$ en fonction de x.

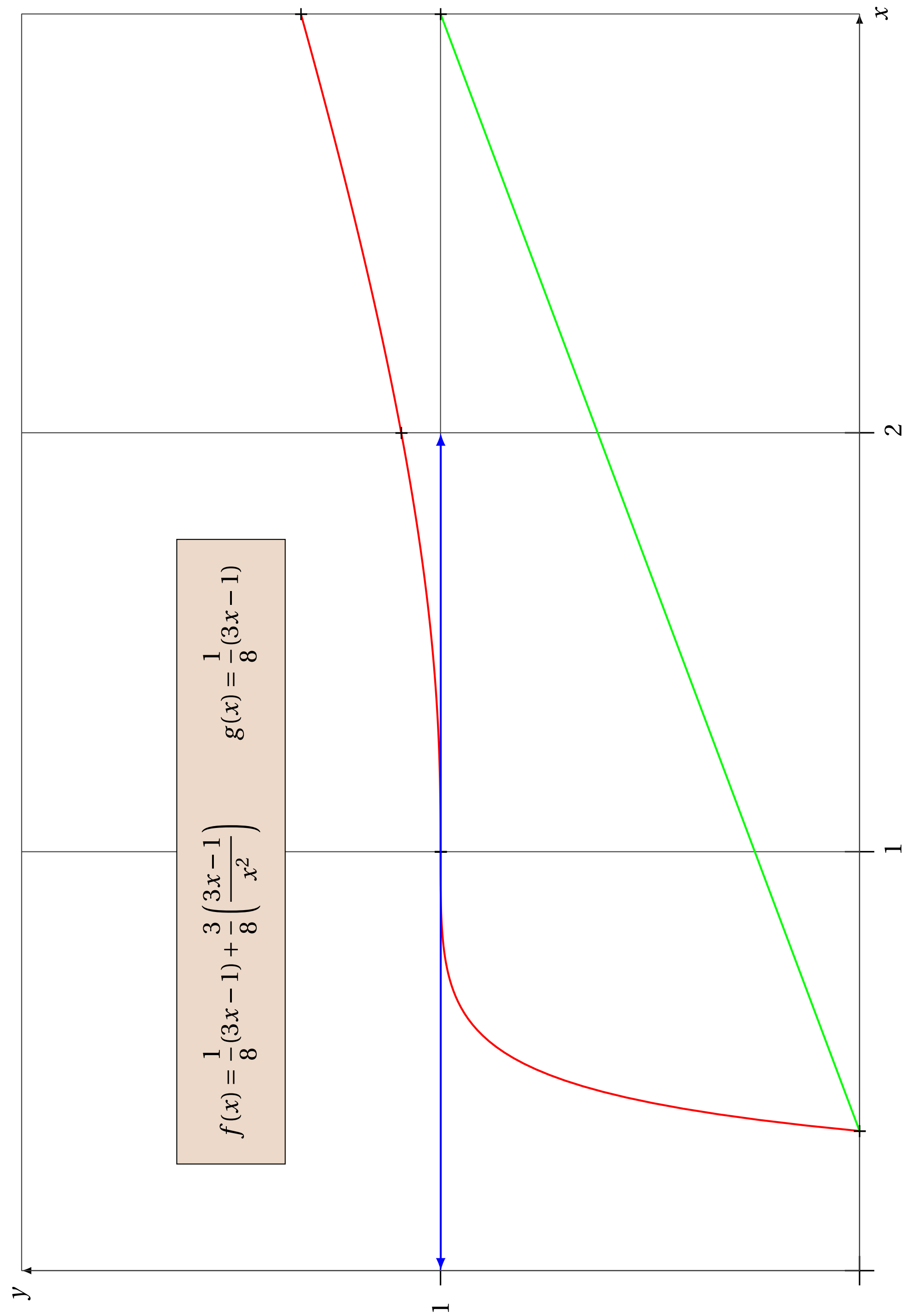


FIG. 1 – Courbe de Van der Walls

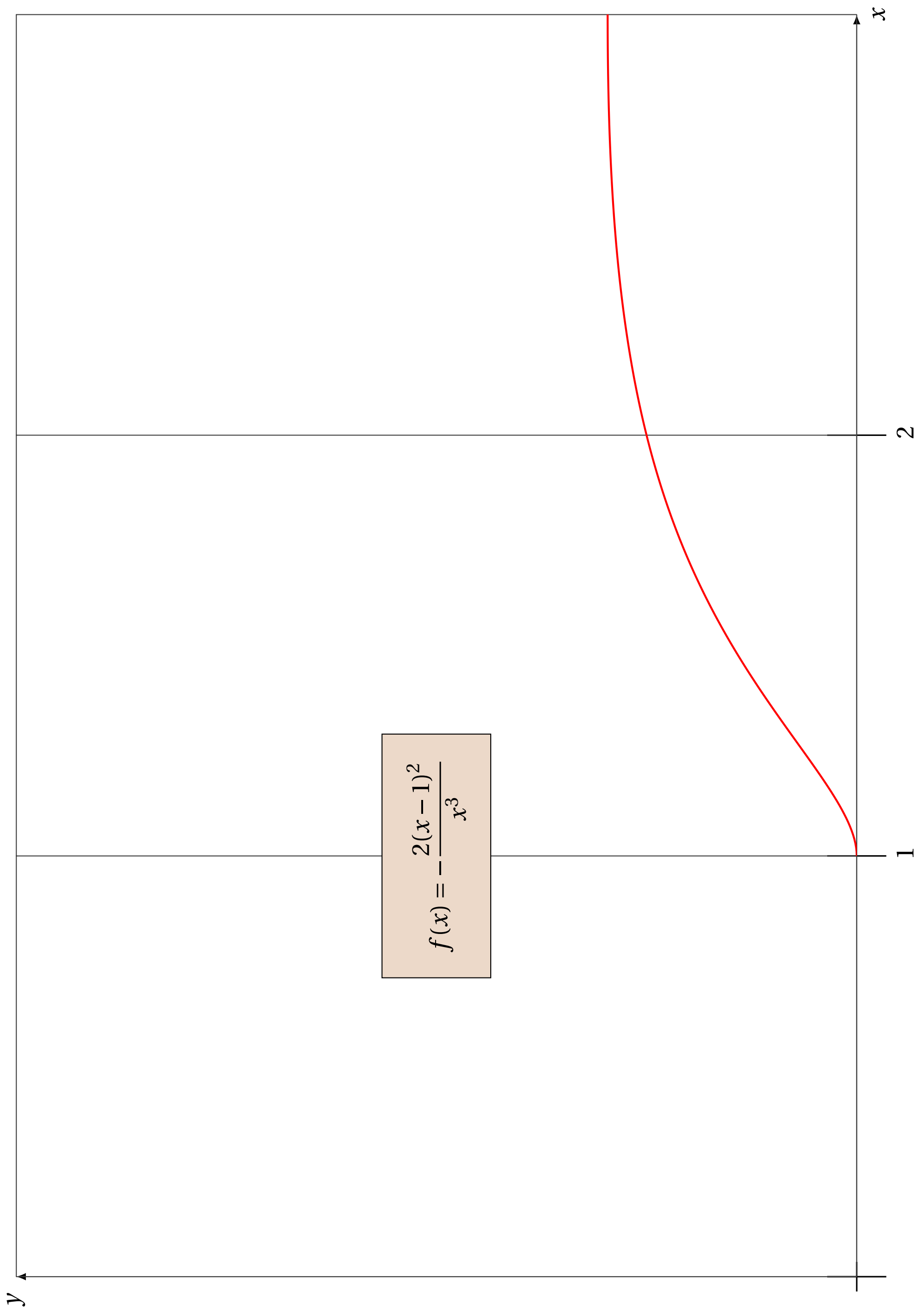


FIG. 2 – Courbe de Van der Walls

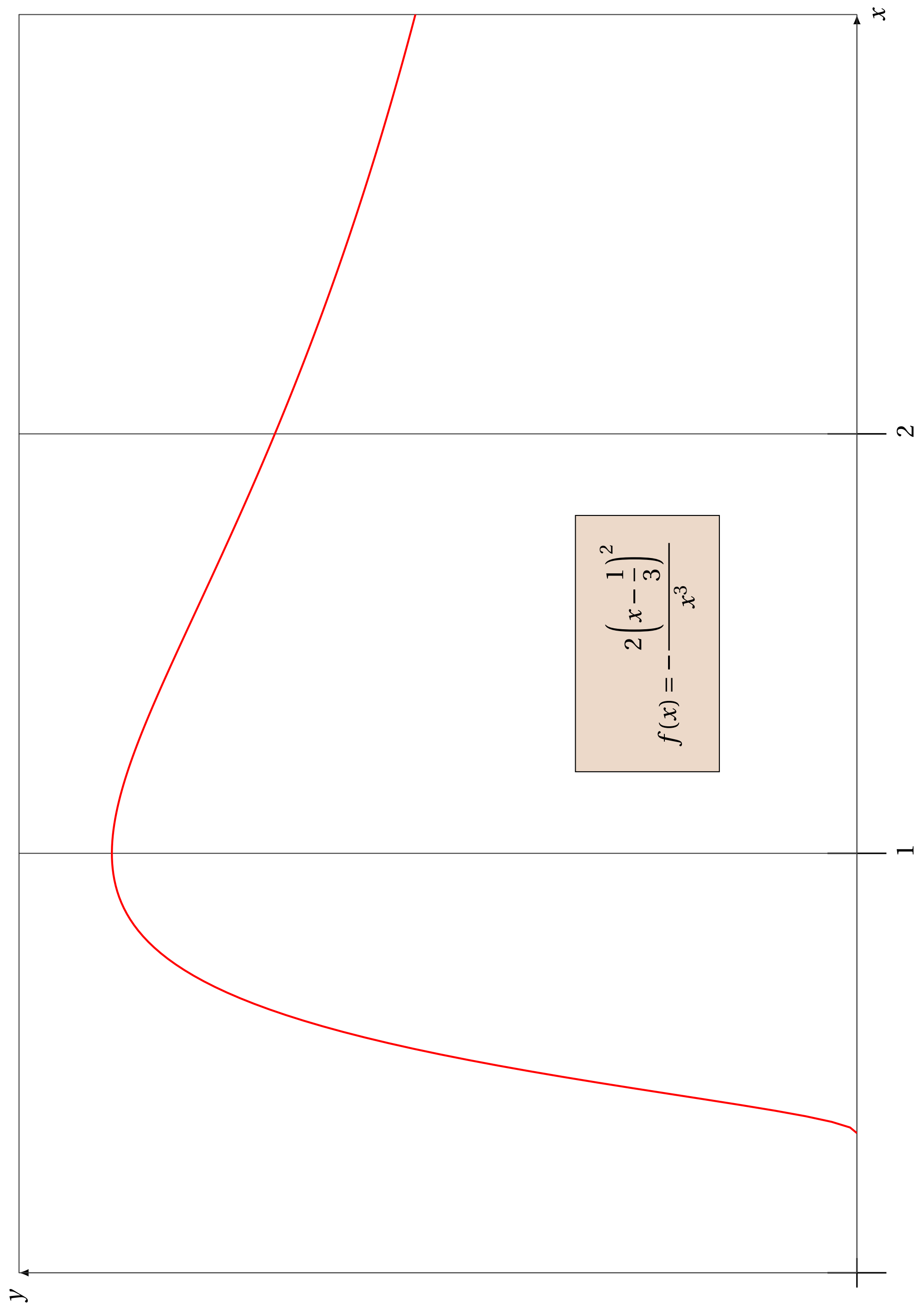


FIG. 3 – Courbe de Van der Walls

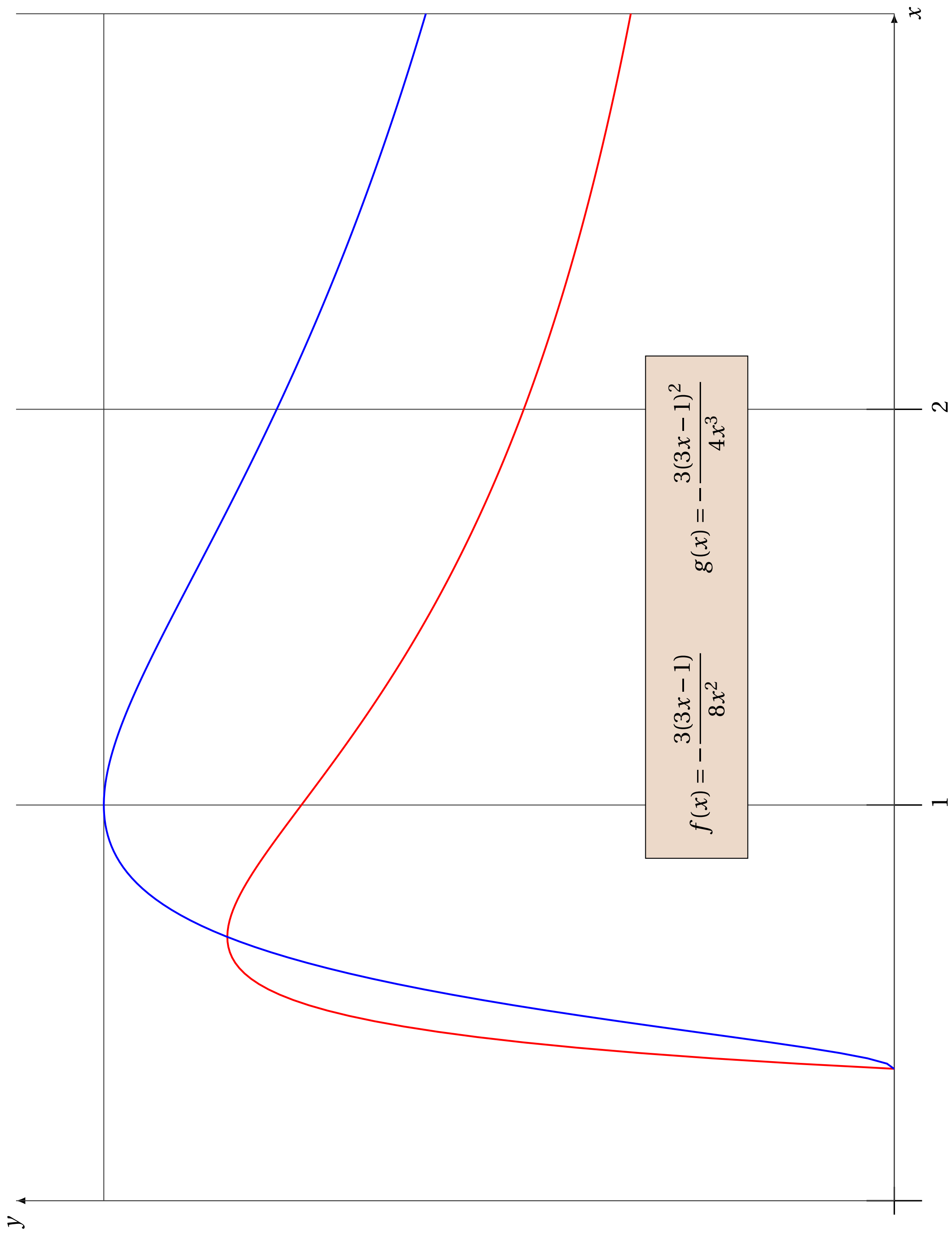


FIG. 4 – Courbe de Van der Walls

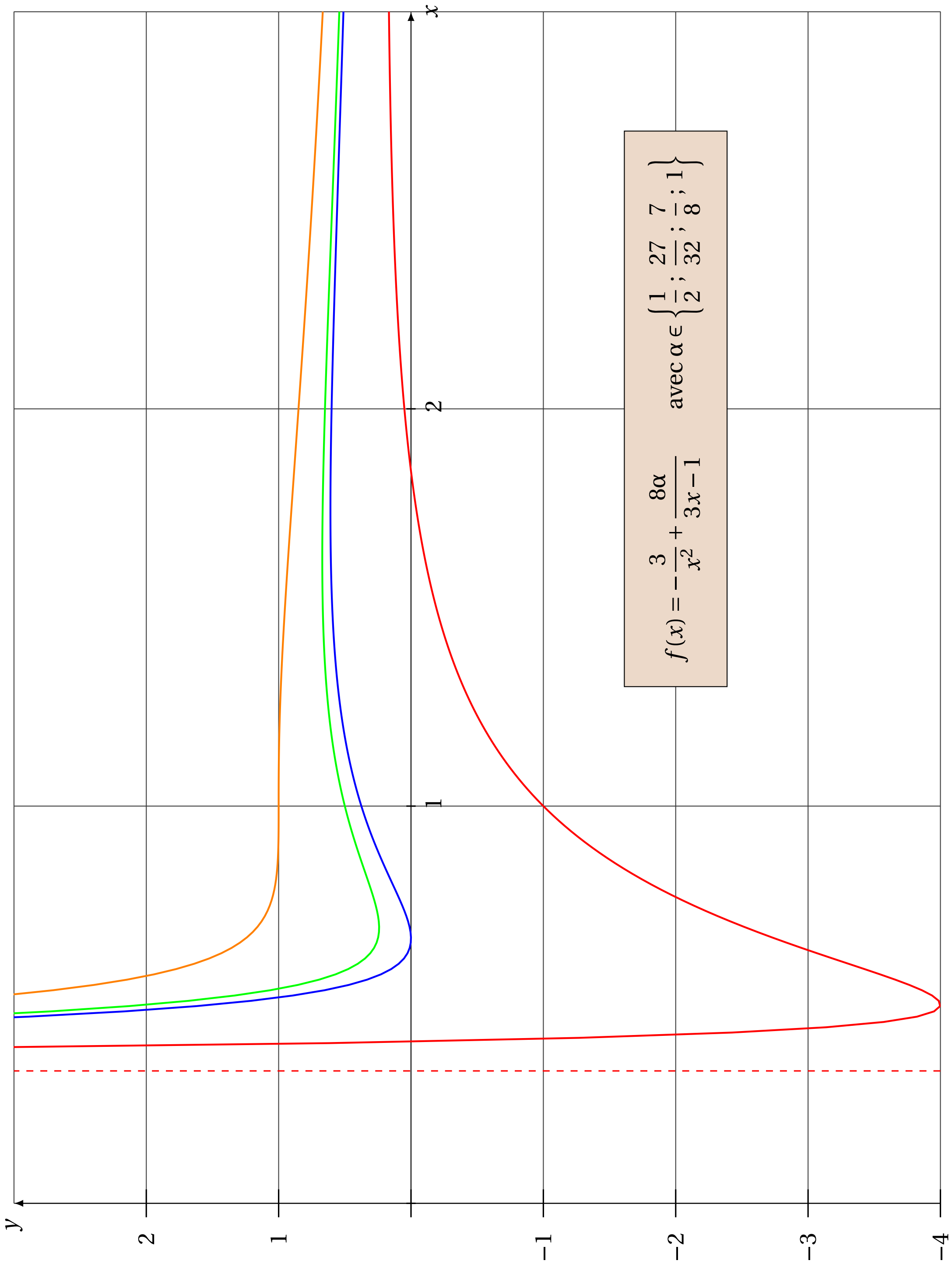


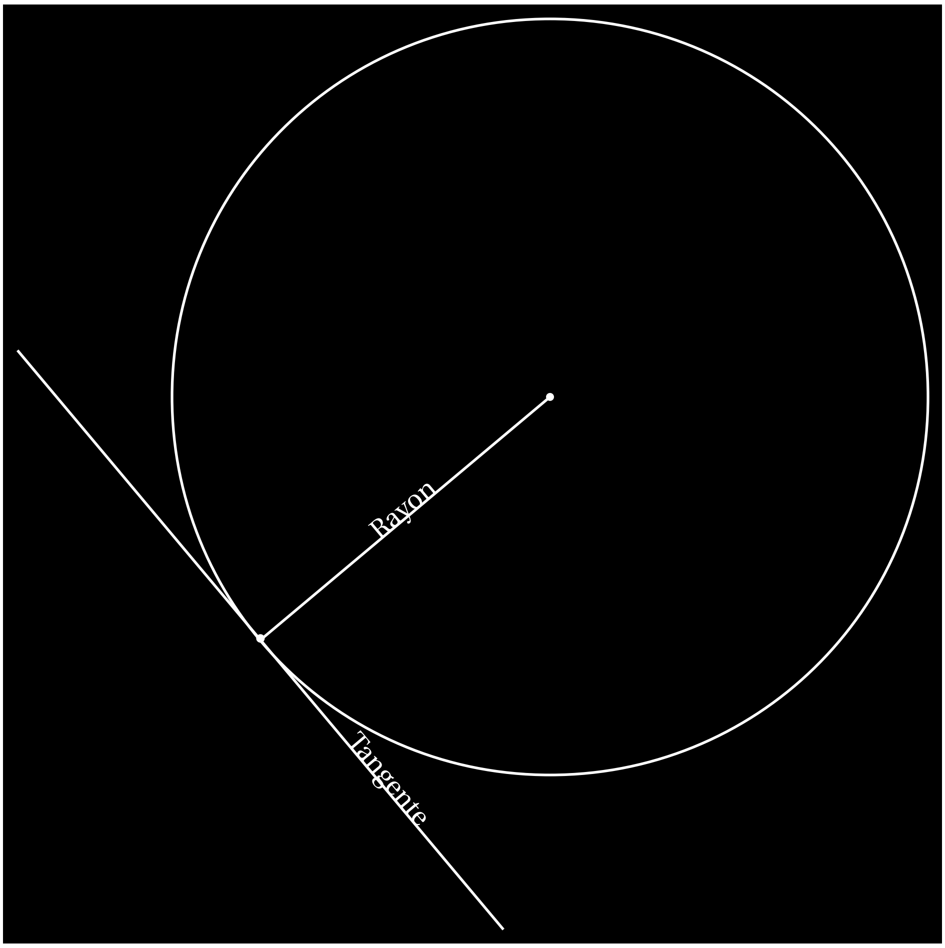
FIG. 5 – Courbes de Van der Walls

```
  \begin{tikzpicture}[xscale=6,yscale=2]
    \tkzinit[xmin=0,xmax=3,ymax=3,ymin=-4];
    \tkzgrid[](0,-4)(3,3)
    \clip (-0.5,-4.5) rectangle (3.5,3.5);
    \tkzx[]
    \tkzy[]
\tkzvline[color=red,style=dashed]{1/3}
  \tkzfct[label=false,samples=200,lw=0.8pt,color=red]%
(0.35..3){-3/(x*x) +4/(3*x-1)}
  \tkzfct[label=false,samples=200,lw=0.8pt,color=blue]%
(0.35..3){-3/(x*x) +27/(4*(3*x-1))}
  \tkzfct[label=false,samples=200,lw=0.8pt,color=orange]%
(0.35..3){-3/(x*x) +8/(3*x-1)}
  \tkzfct[label=false,samples=200,lw=0.8pt,color=green]%
(0.35..3){-3/(x*x) +7/(3*x-1)}
  \node[draw,inner sep =10pt,fill=bistre!30] at (2,-2)%
 {$f(x)=-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{8\alpha}{3x-1}$ \hspace{.5cm}%
 avec $\alpha \in%
 \left\{\dfrac{1}{2}~;~\dfrac{27}{32}~;~\dfrac{7}{8}~;~1\right\}$};

  \end{tikzpicture}
```

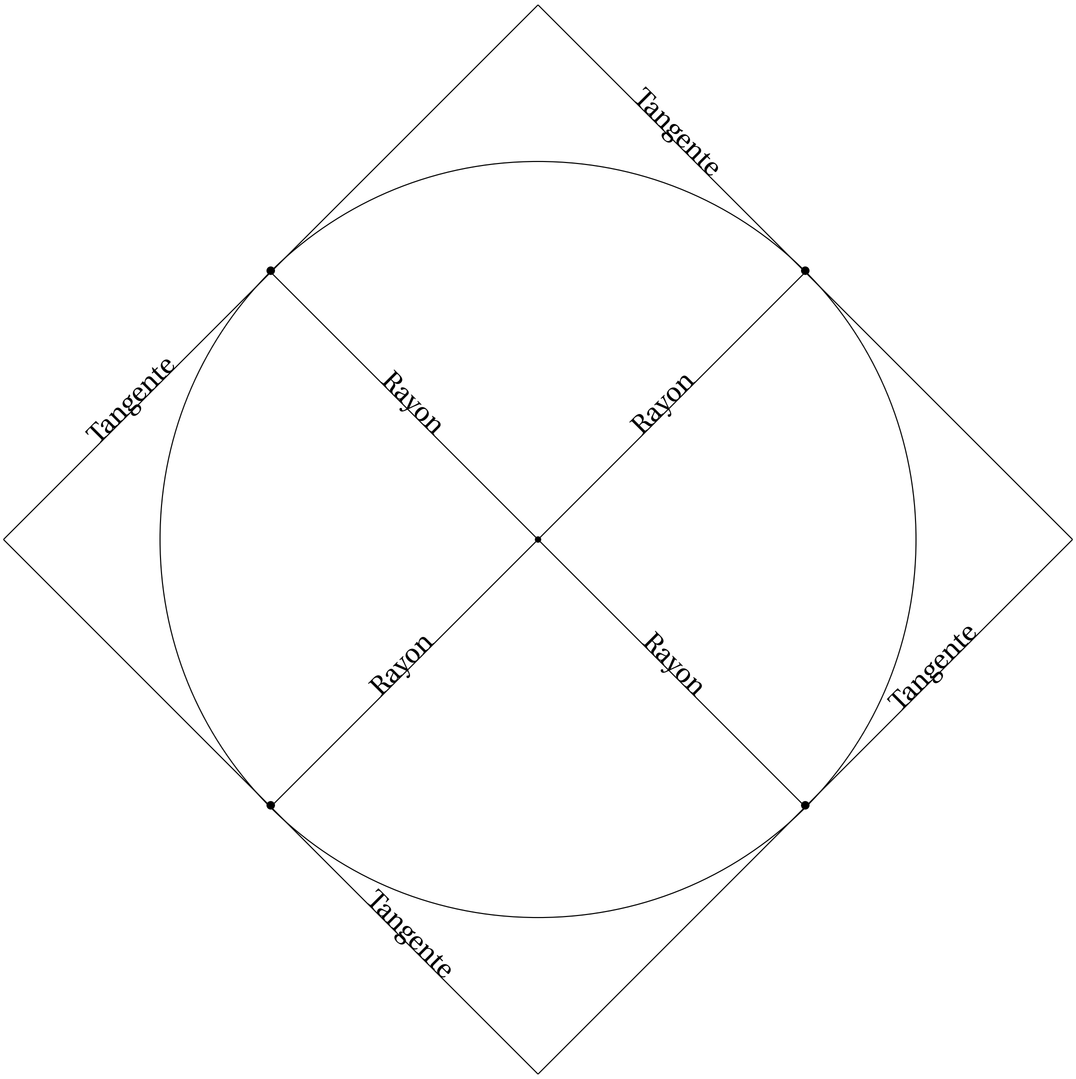
VII . Quelques constructions pas encore implantées

Exemple n° 46 Au tableau noir et à la craie




```
\tikzstyle{background rectangle}=[fill=black]
\begin{tikzpicture}[show background rectangle,line width = 1pt]
\draw[fill=white] (0,0) circle(2pt);
\draw[color=white] (0,0) circle(5cm)node[](O){};
\draw[color=white] (0,0) - (-140:5) node(A){$\bullet$};
\path[anchor=base] (O) to node[midway,sloped,color=white]{Rayon} (A);
\draw[anchor=base,color=white] (A.center) - +(130:5) ;
\draw[anchor=base,color=white] (A.center) - +(-50:5)%
      node[pos=0.5,sloped] {Tangente};
\end{tikzpicture}
```

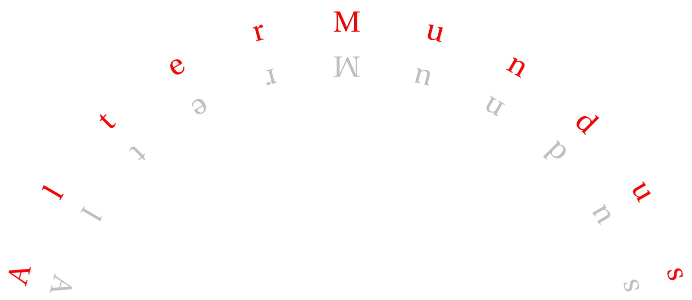
Exemple n° 47 Carré et cercle




```
\begin{tikzpicture}
 \draw[fill] (0,0) circle(1pt);
 \draw (0,0) circle(5cm)node(O){};
 \tgte{-135}{5}
 \tgte{-45}{5}
 \tgte{135}{5}
 \tgte{45}{5}
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 48 Pitrerie

Cecei est avec certains outils ou langage comme Postscript une plaisanterie mais avec uniquement TeX cela est déjà moins drôle. Bien que le résultat ne soit guère utile, on peut considérer que la méthode puisse avoir un petit intérêt. Il est cependant probable qu'un package comme rotating soit très utile dans ce genre de situation




```
\newcounter{alpha}
\newcounter{beta}
\newlength{\ray}
\newcommand*{\txtcolor}{black}
\newcommand*{\side}{90}

\def\transformation#1{\getlength#1\end \par}
\def\getlength#1{\ifx#1\end \let\next=\relax
\else
\setcounter{beta}{\side}\addtocounter{beta}{\thealpha}
\draw (\thealpha:\ray) node[rotate=\thebeta]%
{\fontsize{\thesize}{\thesize}\selectfont%
\large\textcolor{\txtcolor}{#1}};
\addtocounter{alpha}{\theangle}
\let\next=\getlength\fi \next}

%\rota{texte}{angle origine}{espace}{rayon}{size font}{couleur};
\newcommand*{\rota}[7]{
\setcounter{alpha}{#2}
\setcounter{size}{#5}
\setcounter{angle}{#3}
\setlength{\ray}{#4 cm}
\renewcommand*{\txtcolor}{#6}
\renewcommand*{\side}{#7}
\transformation{#1}
}

\begin{tikzpicture}[scale=10]
\rota{AlterMundus}{165}{-15}{.39}{36}{lightgray}{90}
\rota{AlterMundus}{165}{-15}{.45}{24}{red}{-90};
\end{tikzpicture}
```

VIII . Exemples du Baccalauréat ES

Dans ce chapitre, les exemples sont encore des sujets de Baccalauréat ES utilisant ma classe `profs.cls` et le module `alterqcm.sty` mais aussi les modules dérivés de tikz, `tkz-fonction.sty` et bien évidemment `tkz-tab.sty`. Vous trouverez des exemples accompagnant cette documentation avec un `préambule minimum` et en `latin1`.

Exemple n° 49 Baccalauréat Amérique du Sud ES 2006

Premier exercice

La courbe $(\mathscr{C})$, donnée en annexe 1, est la représentation graphique, dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ du plan d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbf{R}$. La droite (T) est la tangente à cette courbe au point de coordonnées $(0\,;2)$. On appelle α la valeur de la variable x pour laquelle f admet un maximum noté M : $\mathrm{M} = f(\alpha)$ (la valeur de α n'est pas demandée).
On précise que $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$, $f'(0)$ sont des nombres entiers.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie D

1/ f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathbf{R}$. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f'(0)$ et le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x sur l'intervalle $[-6\,;\,2]$.

2/ Soit g la fonction définie pour tout x de l'intervalle $[0\,;2[$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$ et g' sa fonction dérivée.

  a/ En utilisant notamment des résultats obtenus par lecture graphique de la courbe $(\mathscr{C})$, dresser le tableau de variations de g et déterminer la limite de g en 2.

  b/ Déterminer $g'(0)$.

Partie E

Soit F une primitive de f sur $\mathbf{R}$, F′ désigne la dérivée de F sur $\mathbf{R}$.

1/ Déterminer à l'aide du graphique $\mathrm{F}'(-1)$ et $\mathrm{F}'(2)$.

2/ On admet qu'il est possible de trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout x de $\mathbf{R}$,

$$\mathrm{F}(x) = \left(ax^2 + bx - 1\right)\mathrm{e}^x.$$

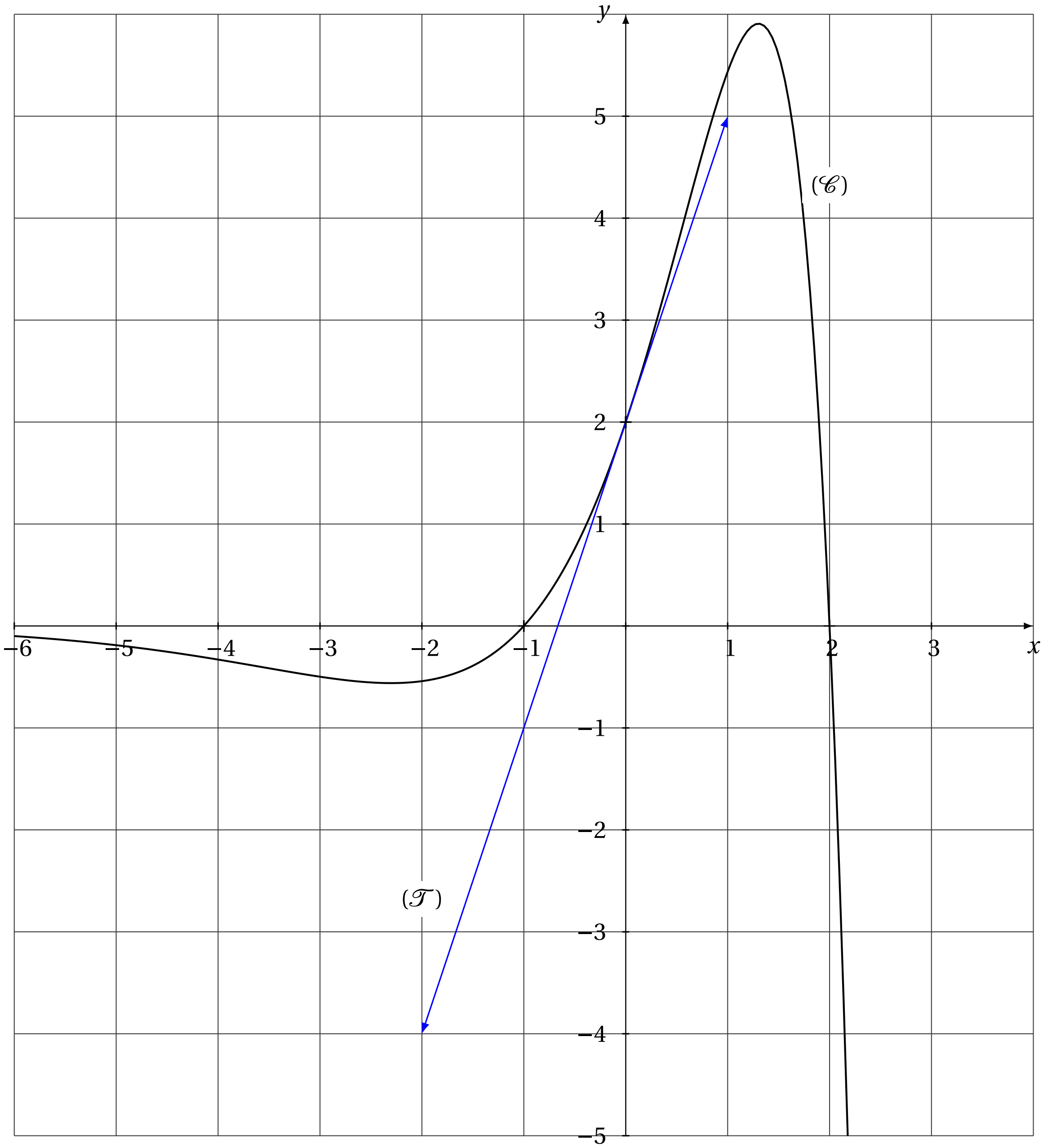
  a/ Exprimer $\mathrm{F}'(x)$ en fonction de x et de a et b.

  b/ En utilisant les résultats trouvés à la question 1 de la **partie B**, démontrer que pour tout x de $\mathbf{R}$,

$$\mathrm{F}(x) = \left(-x^2 + 3x - 1\right)\mathrm{e}^x.$$

  c/ Calculer $\mathrm{F}(2) - \mathrm{F}(-1)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

Annexe 1 – Exercice 3 (à remettre avec la copie)




```
\begin{tikzpicture}[scale=1.5]
 \tkzinit[xmin=-6,xmax=4,ymin=-5,ymax=6]
 \tkzgrid
 \tkzx
 \tkzy
 \tkzfct[samples=200](-6..2.1785){(-x*x+x+2)*exp(x)}
 \tkztg[kl=2]\tkzfcta(0)
 \tkzpt[](0,2){}
 \tkzpt[](2,0){}
 \tkzpt[](-1,0){}
 \tkztxt(2,4){($\mathcal{C}$)}
 \tkztxt(-2,-3){($\mathcal{T}$)}
\end{tikzpicture}
```

Deuxième exercice

Exercice n$^{\text{o}}$ 1 Commun à tous les candidats *(5 points)* Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de personnes âgées de plus de 85 ans, en France métropolitaine, de 1950 à 2000.
On note X_i l'année. L'indice i varie de 1 à 11. Par commodité on pose $x_i = \mathrm{X}_i - 1\,950$.
y_i désigne, en milliers, le nombre de personnes âgées de 85 ans ou plus, au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année X_i.

X_i	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	201	231	290	361	423	498	567	684	874	1 079	1 267

Source : Insee, bilan démographique. Champ : France métropolitaine.

1/ Estimation à l'aide d'un graphique semi-logarithmique

a/ Compléter le nuage de points $\mathrm{M}_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le repère semi-logarithmique fourni en annexe 2.

b/ Construire sur ce graphique la droite passant par les points $\mathrm{M}_1(0\ ;\ 201)$ et $\mathrm{M}_{11}(50\ ;\ 1\,267)$ et justifier que l'ajustement du nuage à l'aide de cette droite est satisfaisant.

c/ En supposant que cet ajustement affine reste pertinent, déterminer graphiquement à partir de quelle année le nombre de personnes âgées de plus de 85 ans dépassera 2 millions.

2/ La forme du nuage obtenu avec la représentation logarithmique invite à chercher un ajustement exponentiel. On pose $z = \ln y$.

a/ Compléter la dernière ligne du tableau fourni en annexe. Arrondir les résultats au millième.

b/ En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis au millième.

c/ En déduire une modélisation de y en fonction de x sous la forme

$$y = \mathrm{A}\mathrm{e}^{\mathrm{B}x}.$$

(Le réel A sera arrondi à l'unité et le réel B au millième)

3/ On admet que la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;70]$ par :

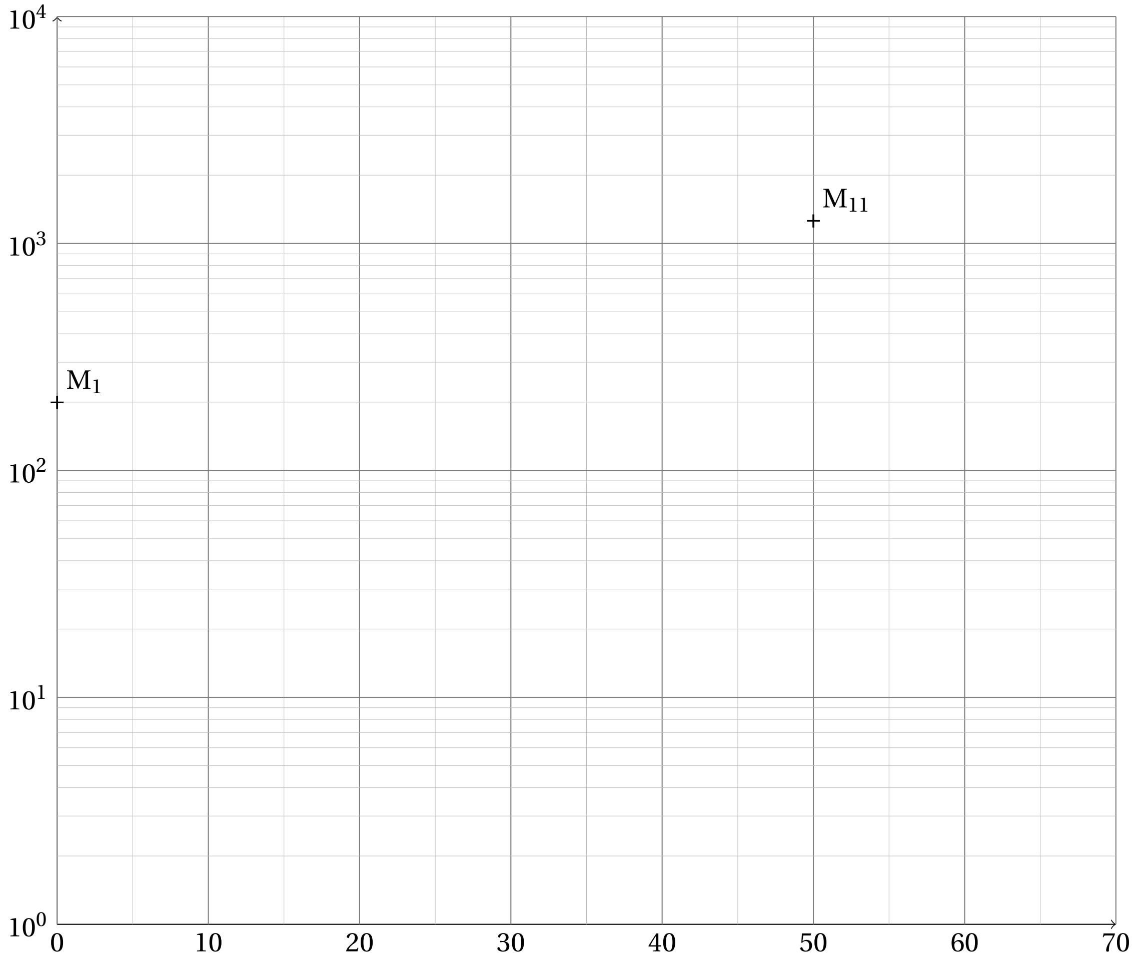
$$f(x) = 200\mathrm{e}^{0,037x}$$

modélise de façon satisfaisante l'évolution de cette population.

a/ Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 2\,000$ et interpréter ce résultat.

b/ Calculer la valeur décimale approchée arrondie au millième de $\dfrac{1}{50}\displaystyle\int_0^{50} f(x)\,\mathrm{d}x$. Que représente ce résultat pour la population étudiée ?

Annexe 2 – Exercice 4 (à remettre avec la copie)



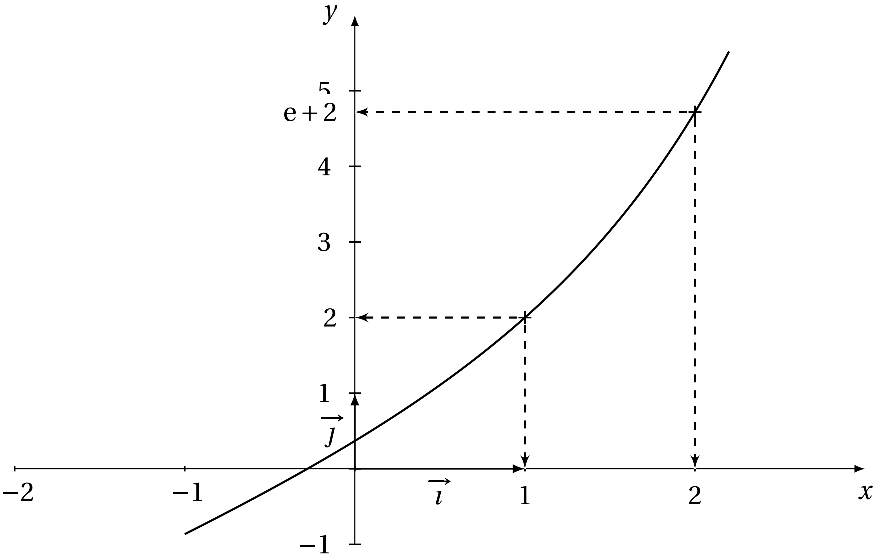
X_i	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000
x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y_i	201	231	290	361	423	498	567	684	874	1 079	1 267
$z_i = \ln y_i$											

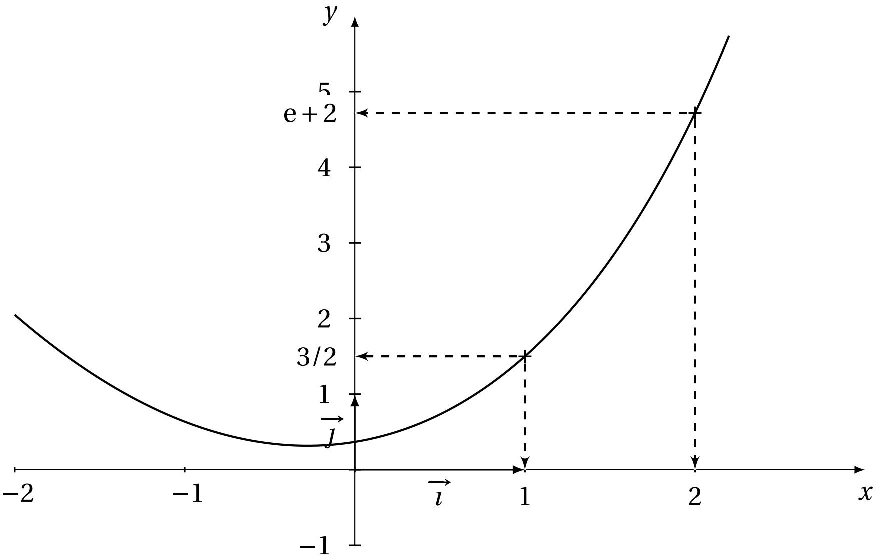
```
\begin{tikzpicture}[scale=1]
 \draw[thin,->] (0,0) - (14,0) node[below left] {};
 \draw[thin,->] (0,0) - (0,12) node[below left] {};
 \foreach \x/\xtext in {0/0,2/10,4/20,6/30,8/40,10/50,12/60,14/70}%
 {\draw[shift={(\x,0)}] node[below] {$\xtext$ };}
 \foreach \y/\z in {0/0,3/1,6/2,9/3,12/4}%
{ \draw[shift={(0,\y)}] node[left] {$10^{\z}$};}
 \foreach \x in {1,3,...,13} {\draw[very thin,lightgray] (\x,0)-(\x,12);}
 \foreach \x in {0,2,4,6,8,10,12,14} {\draw[thin,gray] (\x,0)-(\x,12);}
 \foreach \y in {3,6,9,12} {\draw[thin,gray] (0,\y)-(14,\y);}
 \foreach \y in {0,3,6,9}{
 \foreach \z in {0.903,1.431,1.806,2.097,2.334,2.535,2.709,2.863}%
 {\draw[very thin,lightgray,shift={(0,\y)}]
  (0,\z )-(14 ,\z);}}
 \tkzpt[name=$M_{1}$](0,6.90){a};
 \tkzpt[name=$M_{11}$](10,9.30){b};
 \end{tikzpicture}
```

Exemple n° 50 Baccalauréat ES Antilles juin 2004

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. Vous devez cocher la réponse exacte sans justification. Une bonne réponse rapporte **0,5 point**. Une mauvaise réponse enlève **0,25 point**. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est **0**.

<table>
<tr><th>QUESTIONS</th><th>RÉPONSES</th></tr>
<tr><td colspan="2">La figure 1. donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbf{R}^+$ et la figure 2 celle d'une primitive de f sur $\mathbf{R}^+$.




</td></tr>
<tr><td>1. Quelle est l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan limitée par la représentation graphique de la fonction f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$?</td><td>☐ $e + \frac{3}{4}$
☐ $e + \frac{1}{2}$
☐ 1</td></tr>
</table>

Tournez la page s.v.p.

QUESTIONS	RÉPONSES

La fonction k définie et strictement positive sur $\mathbf{R}^+$ est connue par son tableau de variations.

x	0		1		3		$+\infty$
$k(x)$		↗		↘		↗	$+\infty$

2. Pami les tableaux suivants, quel est le tableau de variations de la fonction g définie sur $\mathbf{R}^+$ par

$$g(x) = \frac{1}{k(x)}\ ?$$

☐ Tableau A

☐ Tableau B

☐ Tableau C

Tableau A

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		↗		↘		↗	$+\infty$

Tableau B

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		↘		↗		↘	$-\infty$

Tableau C

x	0		1		3		$+\infty$
$g(x)$		↗		↘		↗	0

3. Soit h la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $h(x) = \mathrm{e}^x - x + 1$. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de h dans un repère orthonormal $\mathrm{O}; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath}$.

☐ La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$

☐ La droite d'équation $x = 0$ est asymptote à $\mathscr{C}$

☐ La droite d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$

4. En économie, le coût marginal est le coût occasionné par la production d'une unité supplémentaire, et on considère que le coût marginal est assimilé à la dérivée du coût total.
Dans une entreprise, une étude a montré que le coût marginal $\mathrm{C}_m(q)$ exprimé en millliers d'euro en fonction du nombre q d'articles fabriqués est donné par la relation :

$$\mathrm{C}_m(q) = 3q^2 - 10q + \frac{2}{q} + 20.$$

☐ $\mathrm{C}_r(q) = q^3 - 5q^2 + 2\ln q + 20q + 9984$

☐ $\mathrm{C}_r(q) = q^3 - 5q^2 + 2\ln q + 20q - 6$

☐ $\mathrm{C}_r(q) = 6q - 10 - \dfrac{2}{q^2}$

```
\begin{tikzpicture}[xscale=2.25,yscale=1]
   \tkzinit[xmin=-2,xmax=3,ymin=-1,ymax=6]
   \tkzx[xticks=false]
    \tkzy[yticks=false]
   \tkzfct[label=false,samples=100](-1..2.2){x+exp(x-1)}
   \tkzpt[noname,coord,label,xlabel=$1$,ylabel=$2$](1,2){pt1}
  \tkzpt[noname,coord,label,xlabel=$2$,ylabel=$\text{e}+2$](2,4.71828){pt2}
  \rep
\end{tikzpicture}
```

```
\begin{tikzpicture}[xscale=2.25,yscale=1]
  \tkzinit[xmin=-2,xmax=3,ymin=-1,ymax=6]
  \tkzx[xticks=false]
  \tkzy[yticks=false]
  \tkzfct[label=false,samples=100](-2..2.2){x*x/2+exp(x-1)};
 \tkzpt[noname,coord,label,xlabel=$1$,ylabel=$3/2$](1,1.5){pt1}
 \tkzpt[noname,coord,label,xlabel=$2$,ylabel=$\text{e}+2$](2,4.71828){pt2}
 \rep
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 51 Baccalauréat ES Antilles juin 2006

Une nouvelle console de jeux est mise sur le marché. Soit x le prix unitaire en centaines d'euros de cette console. La fonction d'offre des fournisseurs (en milliers de console) est la fonction f définie sur $]0\,;\,6]$ par

$$f(x) = 0{,}7\mathrm{e}^{0{,}5x+2}$$

où $f(x)$ est la quantité proposée par les fournisseurs pour un prix unitaire de x.
La fonction de demande des consommateurs (en milliers de console) est la fonction g définie sur $]0\,;\,6]$ par

$$g(x) = 10\ln\left(\frac{20}{x}\right)$$

où $g(x)$ est la quantité demandée par les consommateurs pour un prix unitaire de x.

1/ Les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g sont tracées dans le repère orthogonal fourni en annexe.

- **a/** Identifier les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur la feuille annexe. Expliquez votre choix.
- **b/** Que représente le point A d'un point de vue économique ? Lire ses coordonnées $\left(x_{\mathrm{A}}\,;\,y_{\mathrm{A}}\right)$ sur le graphique.

2/ Pour déterminer les coordonnées de A de façon précise, on est amené à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

On pose, pour tout x appartenant à $]0\,;\,6]$,

$$h(x) = f(x) - g(x).$$

- **a/** Montrer que $h'(x) = 0{,}35\mathrm{e}^{0{,}5x+2} - \dfrac{10}{x}$.
- **b/** Étudier le signe de la dérivée h' et en déduire le sens de variations de h.
- **c/** Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_1 sur l'intervalle $[2\,;\,3]$.
  Déterminer alors la valeur arrondie au dixième de x_1 à l'aide de la calculatrice.
- **d/** En déduire le prix unitaire d'équilibre de cette console en euros et le nombre de consoles disponibles à ce prix (arrondir à la centaine).

La question 3 *est indépendante de la question* 2.

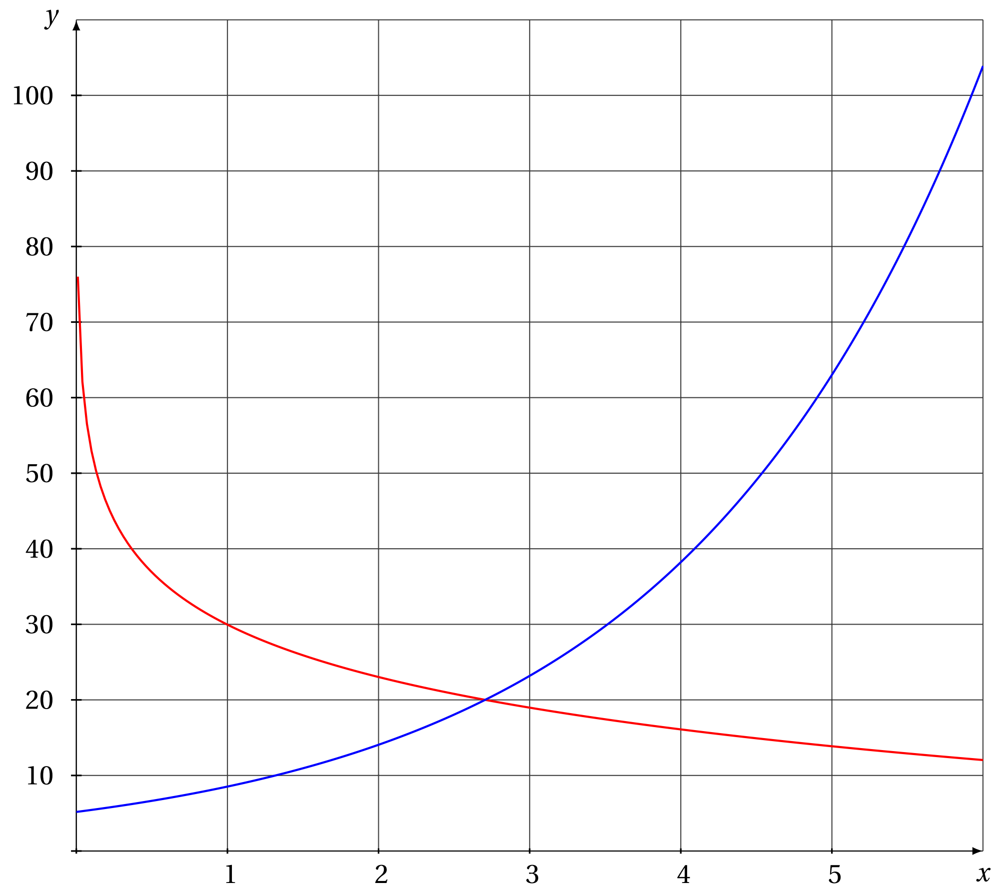
3/ Surplus des fournisseurs

On prendra dans cette question $x_{\mathrm{A}} = 2{,}7$ et $y_{\mathrm{A}} = 20$.

- **a/** Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle $]0\,;\,6]$.
- **b/** On appelle surplus des fournisseurs le nombre $\mathrm{S} = x_{\mathrm{A}}y_{\mathrm{A}} - \displaystyle\int_0^{x_{\mathrm{A}}} f(x)\,\mathrm{d}x$.
  Ce nombre représente une aire.
  Représenter cette aire sur le graphique de la feuille annexe.
  Calculer S.

Annexe à agrafer avec la copie

Exercice 4




```
\begin{tikzpicture}[xscale=2]
\tkzinit[xmin=0,xmax=6,ymin=0,ymax=110,ystep=10]
\tkzgrid
\tkzx
\tkzy
\tkzfct[labelfct=$C_g$,color=red](0.01..6){10*log(20/x)}
\tkzfct[labelfct=$C_f$,color=blue](0..6){0.7*exp(2+x/2)}
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 52 Baccalauréat Centres Étrangers ES 2006

On désigne par f la fonction définie sur $[0\,;5]$ par

$$f(x) = 1 - x + 2\ln x.$$

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique de f dans un repère orthogonal (unites : 2 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées).

1/ Calculer la limite de f en 0.

2/ Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f.
Dresser le tableau des variations de f.

3/ **a/** Calculer $f(1)$.

b/ Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[3\,;4]$ une solution unique α puis donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α.

c/ En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

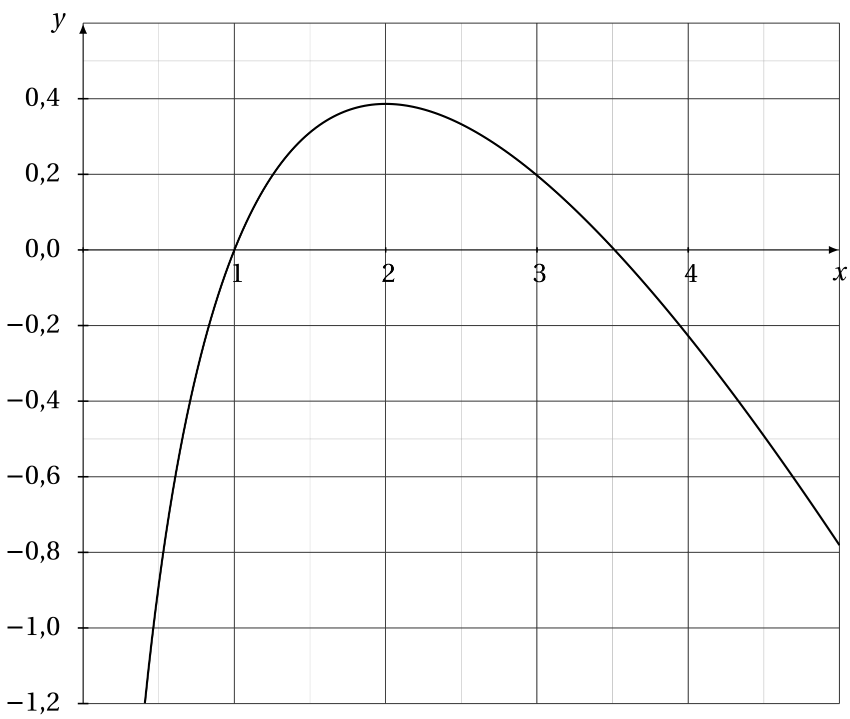
4/ On appelle g la fonction définie sur $]0\,;5]$ par

$$g(x) = x\left(-\frac{1}{2}x + 2\ln x - 1\right).$$

a/ Montrer que g est une primitive de f sur $]0\,;5]$.

b/ Sur le graphique ci-dessous, on considère le domaine limité par l'axe des abscisses et la partie de la courbe $\mathscr{C}$ située au-dessus de cet axe. Montrer que l'aire de ce domaine est égale en unités d'aire, à $g(\alpha) - g(1)$.

c/ Calculer une valeur approchée de l'aire $\mathscr{A}$ exprimée en cm^2. *On utilisera la valeur approchée de* α *trouvée au* 3. b.

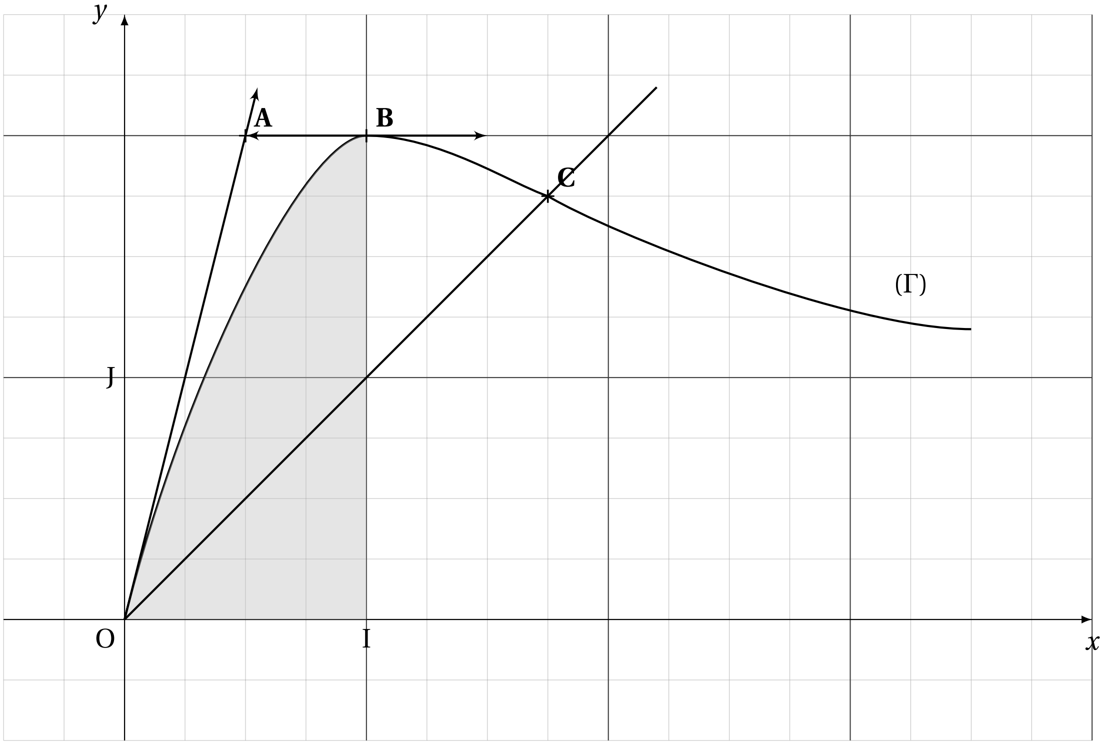



```
\begin{tikzpicture}[xscale=2]
   \tkzinit[xmax=5,ymin=-1.2,ymax=.6,ystep=0.2]
   \tkzgrid[sub,subxstep=0.5,subystep=.5](0,-1.2)(5,0.6)
   \tkzx
   \tkzy
   \tkzfct[labelfct=$\mathcal{C}$](0.4085..5){1 - x + 2*log(x)}
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 53 Baccalauréat Liban ES 2005

Dans un repère orthonormal du plan $(O; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath}\,)$ d'unités graphiques 2 cm, la courbe (Γ), tracée ci-dessous, est la représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,3{,}5]$.

- I et J sont les points du plan tels que $\overrightarrow{OI} = \vec{\imath}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{\jmath}$;
- C est le point de (Γ) situé sur la bissectrice de $\widehat{IOJ}$;
- (OA) est la tangente en à (Γ) ;
- $\mathscr{S}$ est la surface hachurée sur la figure ci-dessous :



1/ Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

a/ Quel est le tableau de variations de g sur $[0\,;\,3{,}5]$?

b/ Quelles sont les valeurs de $g'(0)$ et de $g'(1)$?

c/ Quelles sont les coordonnées du point C ?

d/ Résoudre l'inéquation $g(x) \geqslant x$ sur $[0\,;\,3{,}5]$.

2/ Définir la surface $\mathscr{S}$ par un système d'inéquations et déterminer graphiquement un encadrement de l'aire de $\mathscr{S}$ d'amplitude 2 cm^2.

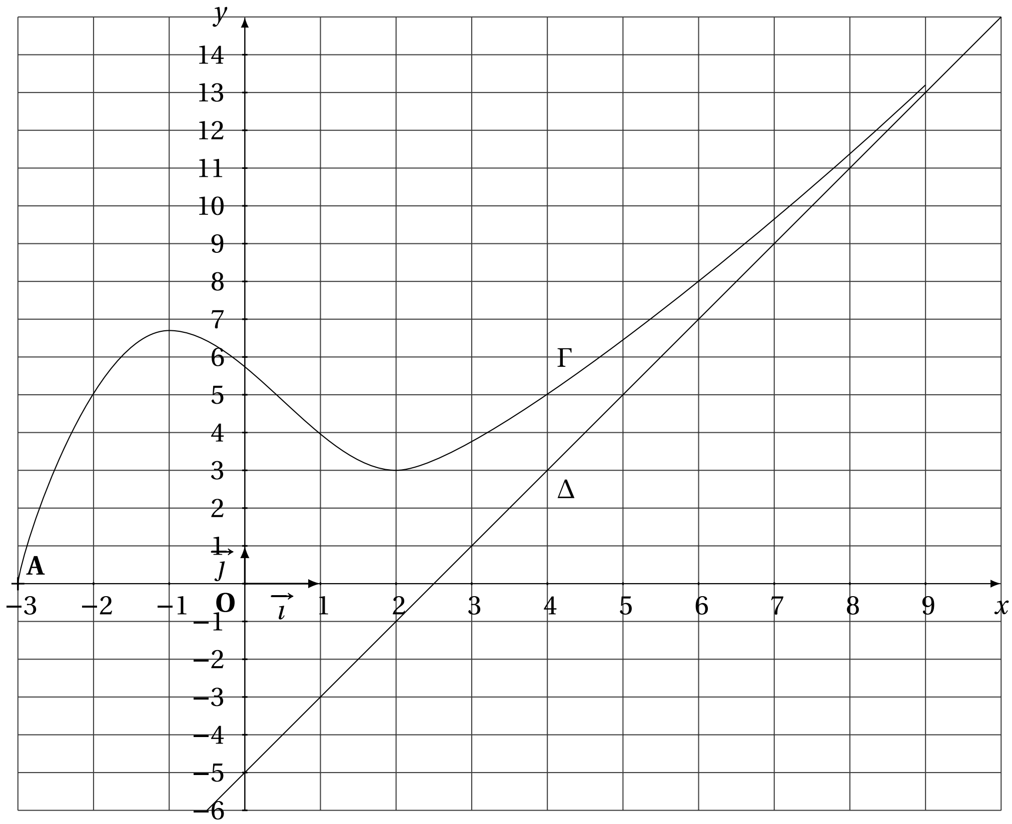
Rappel : l'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $\mathscr{A} = \dfrac{(B+b)\times h}{2}$ *où* B *et* b *sont les bases du trapèze et* h *sa hauteur.*

3/ On suppose que l'une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la primitive de la fonction g s'annulant en 0. En justifiant l'élimination de deux des courbes, indiquer celle qui est la représentation graphique de cette primitive.

```
  \begin{tikzpicture}[scale=3.2]
  \tkzinit[xmin=-0.5,xmax=4,ymin=-0.5,ymax=2.5]
  \tkzgrid[sub,subxstep=0.25,subystep=0.25]
  \tkzx[noticks]
  \tkzy[noticks]
  \draw[line width=.8pt ,smooth]
(0,0) .. controls (0.25,1) and (.75,2)    .. (1,2)
      .. controls (1.3,2)  and (1.6,1.80) .. (1.75,1.75)
      .. controls (2,1.6)  and (3.0,1.2)  .. (3.5,1.2);
  \path[fill=gray!50,opacity=.4]
(0,0) .. controls (0.25,1)  and (.75,2) .. (1,2) |- (1,0) -(0,0);
\draw[line width=.8pt ,->,>=latex'](0,0) - (0.55,2.2);
\draw[line width=.8pt](0,0) - (2.2,2.2);
\draw[line width=.8pt ,->,>=latex'] (1,2) - +(0.5,0);
\draw[line width=.8pt ,->,>=latex'] (1,2) - +(-0.5,0);
\tkzpt(0.5,2) {A};
\tkzpt(1,2) {B};
\tkzpt(1.75,1.75) {C};
\node[left] at (0,1) {J};
\node[below] at (1,0) {I};
\node[below left] at (0,0) {O};
\node[above] at (3.25,1.3) {($\Gamma)$};
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 54 Baccalauréat France ES 2006

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$, croissante sur les intervalles $[-3\,;\,-1]$ et $[2\,;\,+\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $[-1\,;\,2]$.
On note f' sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$.
La courbe Γ représentative de la fonction f est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Elle passe par le point $A(-3\,;\,0)$ et admet pour asymptote la droite Δ d'équation $y = 2x - 5$.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE, à rendre avec la copie. Les réponses ne seront pas justifiées. Une bonne réponse rapporte **0,5 point**. Une mauvaise réponse enlève **0,25 point**. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est **0**.

QUESTIONS	RÉPONSES
1. L'équation $f(x) = 4$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-3\,;\,+\infty[$	☐ **V** ☐ **F**
2. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	☐ **V** ☐ **F**
3. $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - (2x-5)] = +\infty$	☐ **V** ☐ **F**
4. $f'(0) = -1$	☐ **V** ☐ **F**
5. $f'(x) > 0$ pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2\,;\,1]$	☐ **V** ☐ **F**
6. $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 7$	☐ **V** ☐ **F**

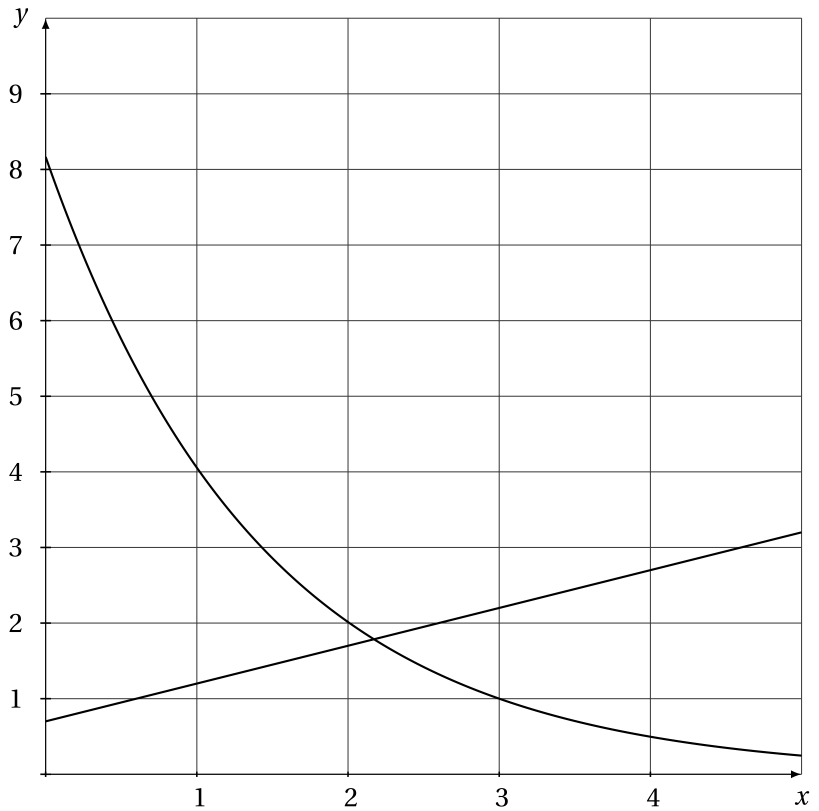
Dans cet exemple, j'ai utilisé les courbes de Bézier fournies par Tikz

```
\begin{tikzpicture}[yscale=0.5]
  \tkzinit[xmin=-3,xmax=10,ymin=-6,ymax=15]
  \tkzgrid
  \tkzx
  \tkzy
  \draw (-0.5,-6) - (10,15);
  \tkzpt(-3,0){A};
  \node[below left] at (0,0) {\textbf{O}};
  \node[below right] at (4,3) {$\mathbf{\Delta}$};
  \node[above right] at (4,5.5) {$\mathbf{\Gamma}$};
 \draw (-3,0) .. controls +(87:1cm) and +(-180:1cm) ..  (-1,6.7)%
             .. controls +(0:1cm)  and +(180:1cm)  ..  (2,3)%
             .. controls +(0:1cm)  and +(242:5cm)  ..  (9,13.2);
\rep
\end{tikzpicture}
```

Exemple n° 55 Baccalauréat France ES 2005 septembre

Partie A
L'objet de cet exercice est l'étude de deux fonctions intervenant dans un modèle économique. La courbe $(\mathscr{C}_f)$ ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthogonal du plan, de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^{-0,7x+2,1}.$$



De même, la courbe $(\mathscr{C}_g)$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 5]$ par :

$$g(x) = 0,5x + 0,7.$$

On admet que les fonctions f et g sont dérivables sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

1/ On appelle h la fonction définie par $h(x) = f(x) - g(x)$.

a/ Calculer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de la fonction h sur l'intervalle $[0 ; 5]$.

b/ Étudier le signe de $h'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 5]$. En déduire que la fonction h est strictement monotone sur cet intervalle.

c/ Justifier que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0 ; 5]$ et donner à l'aide d'une calculatrice une valeur approchée de α à 10^{-3} près (on ne demande pas de justification sur la méthode d'obtention de cette valeur).

d/ Déduire de l'étude précédente les valeurs arrondies à 10^{-2} des coordonnées du point d'intersection F de $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{C}_g)$.

2/ Dans la suite du problème, on prendra $\alpha = 2,17$ et $f(\alpha) = g(\alpha) = 1,79$.

a/ Soient les points $\mathrm{C}(0 ; f(\alpha))$ et $\mathrm{E}(\alpha ; 0)$. Donner une valeur arrondie à 10^{-2} de l'aire du rectangle OCFE exprimée en unités d'aire.

b/ Interpréter graphiquement le nombre $\displaystyle\int_0^{\alpha} f(x)\,\mathrm{d}x$.

c/ Calculer $\displaystyle\int_0^{\alpha} f(x)\,\mathrm{d}x$ en fonction de α et en donner la valeur arrondie à 10^{-2}.

Partie B La fonction f définie dans la **PARTIE A** représente la fonction de demande d'un produit ; elle met en correspondance le prix $f(x)$ exprimé en milliers d'euros et la quantité x, exprimée en tonnes, que sont prêts à acheter les consommateurs à ce prix.
La fonction g définie dans la **PARTIE A** est la fonction d'offre de ce produit ; elle met en correspondance le prix $g(x)$ exprimé en milliers d'euros et la quantité x, exprimée en tonnes, que sont prêts à vendre à ce prix les producteurs.
On appelle prix d'équilibre du marché le prix pour lequel la quantité demandée par les consommateurs est égale à celle offerte par les producteurs. On note p_0 le prix d'équilibre et q_0 la quantité échangée sur le marché à ce prix. Dans la situation étudiée on a donc : $f\left(q_0\right) = g\left(q_0\right)$.

1/ Déduire des résultats donnés dans la **PARTIE A** les valeurs de q_0 et de p_0.

2/ Tous les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher (au-dessus du prix p_0) réalisent une économie. Le montant économisé par les consommateurs, appelé surplus des consommateurs, vaut par définition $\int_0^{q_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times q_0$. Il s'exprime ici en milliers d'euros.

a/ Sur le graphique de la feuille **ANNEXE (à rendre avec la copie)** :

- indiquer les valeurs q_0 et p_0 sur les axes de coordonnées ;
- hachurer le domaine dont l'aire s'écrit :

$$\int_0^{q_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times q_0.$$

b/ Calculer, en milliers d'euros, le surplus des consommateurs.

```
\begin{tikzpicture}[xscale=2]
\tkzinit[xmax=5]
\tkzgrid
\tkzx
\tkzy
\tkzfct[labelfct=$C_f$](0..5){exp(-0.7*x+2.1)};
\tkzfct[labelfct=$C_g$](0..5){0.5*x+0.7};
\end{tikzpicture}
```